

गणिताची गंगा....वंचितांच्या दारी

गणितांवर आधारित कोडी व गंमती-जमती

लेखक

शिरीष मेढी



जिज्ञासा ट्रस्ट, ठाणे



राष्ट्रीय विज्ञान एवं प्रौद्योगिक संचार परिषद

विज्ञान व तंत्रज्ञान विभाग, भारत सरकार, नवी दिल्ली



गणिताची गंगा....वंचितांच्या दारी

गणितांवर आधारित कोडी व गमती-जमती

प्रकाशक



जिज्ञासा ट्रस्ट, ठाणे

संचालक, राज्य विज्ञान शिक्षण संस्था, रविनगर, नागपूर

आधार आणि साहाय्य



राष्ट्रीय विज्ञान एवं प्रौद्योगिक संचार परिषद
विज्ञान व तंत्रज्ञान विभाग, भारत सरकार, नवी दिल्ली

शिरीष मेढी यांचा परिचय

शिरीष मेढी यांनी मुंबई विद्यापीठाची स्टॅटीस्टिक्स व अर्थशास्त्रातील संयुक्त पदवी प्राप्त केली आहे. त्यांनी ३४ वर्षे कॅडबरी उद्योगाच्या ठाण्यातील कारखान्यांतील स्टोअर्स विभागात नोकरी केली व लॉजिस्टिक्स अधिकारी म्हणून निवृत्त झाले आहेत.

समाजकार्यात विशेष आवड असल्यामुळे त्यांनी अनेक उत्तम पुस्तकांचे अनुवाद व लेखन केले आहेत. त्यामध्ये गणितावर आधारित गमती-जमती आणि कोडी हे पुस्तक समाविष्ट आहे. पर्यावरणीय विनाशाबाबत समाजात जागृकता पसविण्यासाठी ते कार्य करीत आहेत.

गणितांवर आधारित कोडी व गमती जमती

लेखक

श्री. शिरीष मेढी

प्रकाशक

जिज्ञासा ट्रस्ट, ठाणे

२, जयानंद सोसायटी, महात्मा गांधी रोड,

नौपाडा, ठाणे ४००६०२

दूरभाष : ०२२ २५४०३८५७

आधार आणि साहाय्य

राष्ट्रीय विज्ञान एवं प्रौद्योगिक संचार परिषद

विज्ञान व तंत्रज्ञान विभाग, भारत सरकार, नवी दिल्ली

मुद्रण

व्ही-टू एन्टरप्राईजेस्, ठाणे

दूरभाष : ०२५० ६०६६६०८

मूल्य

गणितावर आधारित कोडी व गमती-जमती

प्रस्तावना

जिज्ञासा ट्रस्टने वर्ष २०१२ च्या निमित्ताने ठाणे शहरात तीन दिवसाचा गणित महोत्सव साजरा केला होता. या उत्सवाला विद्यार्थी, शिक्षक व सर्वसाधारण नागरिक यांची मोठ्या प्रतिसाद मिळाला होता.

ठाणे शहरात गणित महोत्सवाला मिळालेल्या अपूर्व यशानंतर अशा प्रकारचा गणित महोत्सव महाराष्ट्राच्या कानाकोपऱ्यात संपन्न व्हावा या संकल्पनेने जिज्ञासा ट्रस्ट, ठाणे या संस्थेने **गणित यात्रा २०१४** चे आयोजन केले आहे. २०१४ हे वर्ष महान आद्य भारतीय गणिती भास्कराचार्य(दुसरे) यांचे ९०१वे जन्मशताब्दी वर्ष आहे. या घटनेच्या निमित्ताने महाराष्ट्रातील वंचित व दुर्गम भागातील मुलांमध्ये गणित विषयाची आवड निर्माण करण्यासाठी जिज्ञासा ट्रस्टने **गणित यात्रा २०१४** योजनेचे आयोजन केले आहे. या उपक्रमाला भारत सरकारच्या विज्ञान आणि तंत्रज्ञान मंत्रालयाच्या एनसीएसटीसी विभागाचे सहाय्य आणि मार्गदर्शन लाभले आहे.

वरील उपक्रमाच्या माध्यमातून दुर्गम, ग्रामीण भागात राहणाऱ्या बालकांच्यात गणित विषयाची आवड निर्माण व्हावी व ती वाढावी हे या गणित जागर यात्रेचे प्रमुख उद्दिष्ट आहे. गणितातली रंजकता व आनंद बालकांपर्यंत पोचविण्यासाठी पुस्तके, सीडीज, इ. दृकश्राव्य साहित्यसुद्धा प्रकाशित केली जातील.

या उपक्रमांर्गत ठाणे येथील गणितप्रेमी श्री. शिरीष मेढी यांचे पुस्तक गणितातील गमती-जमती आणि कोडी प्रकाशित करताना आम्हास आनंद होत आहे. ठाणे गणित महोत्सवात श्री. शिरीष मेढी यांचा गणितातील गमती जमती या रंगतदार कार्यक्रम विद्यार्थ्यांना अतिशय आवडला होता. या कार्यक्रमाच्या आधारावर हे पुस्तक प्रकाशित होत आहे. लेखक शिरीष मेढी यांनी रशियन गणित तज्ज्ञ वाय्. आय्. पेरेलमन यांच्या पुस्तकांतील कोडी व गमती-जमतीचा समावेशचा पुस्तकात केला आहे व बालमित्रांना ती निश्चितच आवडतील.

गणित ही तर्कदृष्ट्या विचार करण्याची एक साधी पद्धत आहे. ही विचार पद्धती जर लहान वयातच मुलांना समजली तर मुलांच्या मनातील भीती जाईल. गणितातील रंजकता मुलांना विशेषतः ग्रामीण भागातील विद्यार्थ्यांपर्यंत पोचविण्याचे कार्य ही पुस्तिका निश्चित करेल असा आम्हास विश्वास वाटतो.

हे पुस्तक प्रकाशित करण्यासाठी भारत सरकारच्या विज्ञान आणि तंत्रज्ञान मंत्रालयाच्या एनसीएसटीसी विभागाचे सहाय्य आणि मार्गदर्शन लाभले आहे यासाठी संबंधित विभागास मनःपूर्वक धन्यवाद.

- **श्री. सुरेन्द्र दिघे**

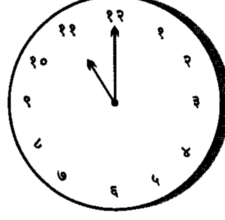
कार्यकारी विश्वस्त,

जिज्ञासा ट्रस्ट, ठाणे

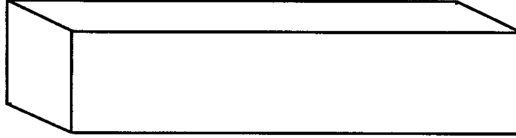
गणितांवर आधारित कोडी व गंमती - जमती

विभाग एक

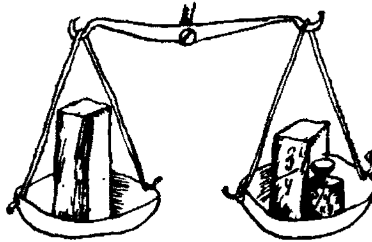
१) चित्रामध्ये जे घड्याळ दाखविले आहे त्याचे सहा असे भाग करा की प्रत्येक भागातील आकड्यांची बेरीज समान असेल.



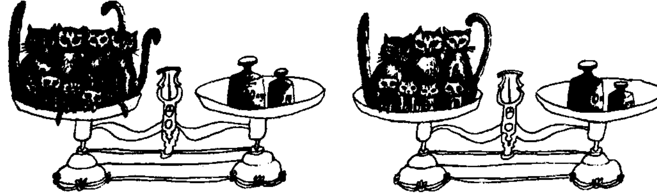
२) पाच मीटर लांबीच्या फळीचे जर पाच समान तुकडे करायचे असतील व जर ती फळी एकदा कापायला तीन मिनीटे लागत असतील तर पाच तुकड्यांसाठी किती वेळ लागेल ?



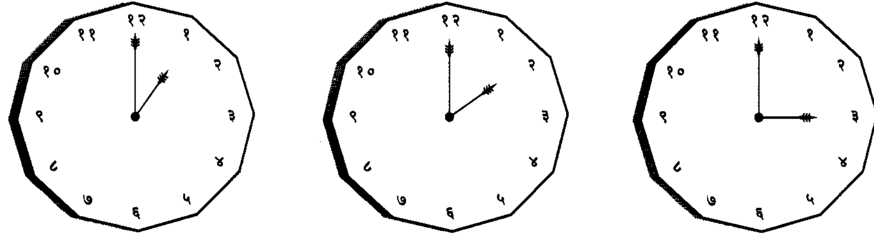
३) चित्रात दाखविल्याप्रमाणे तराजूच्या एका भांड्यात संपूर्ण साबणाचा बार ठेवला आहे व दुसऱ्या भांड्यात त्याच प्रकारच्या बारचा $\frac{3}{4}$ (तीनचतुर्थांश) तुकडा व $\frac{3}{4}$ किलो ग्रॅमचे वजन ठेवले आहे व या तराजूने आता समतोल प्राप्त केला आहे. तर संपूर्ण बारचे वजन किती ? हे कोडे पेन वा कागद न वापरता तोंडी सोडवायचे आहे (शक्यतो).



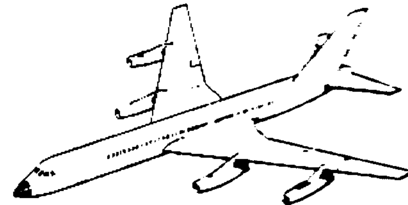
४) बाजूच्या चित्रात दाखविल्याप्रमाणे ४ मांजरी व त्यांची तीन पिल्ले यांचे एकत्रित वजन १५ किलो आहे. त्याचप्रमाणे तीन मांजरी आणि त्यांची ४ छोटी पिल्ले यांचे एकत्रित वजन १३ किलो आहे. सर्व मांजरी आणि सर्व पिल्ले यांचे वजन समान आहे. तर एका मांजरीचे व पिल्लाचे वजन किती ? हे कोडे सुद्धा शक्यतो तोंडी सोडवायचे आहे.



५) माझ्या घरी तीन घड्याळे आहेत. एक जानेवारील सकाळी ७ वाजता ही तिन्ही घड्याळे खरी वेळ दर्शवित होते. परंतु फक्त पहिले घड्याळ बरोबर चालू होते व ते खरी वेळ दर्शवित होते. दुसरे घड्याळ प्रत्येक दिवसाला एक मिनीट मागे पडत होते व तिसरे घड्याळ प्रत्येक दिवसाला एक मिनीट पुढे जात होते. जर ही घड्याळे अशीच चालू राहिली तर किती दिवसांनी ही तिन्ही घड्याळे खरी वेळ एकाच वेळी पुन्हा दर्शवतील ?



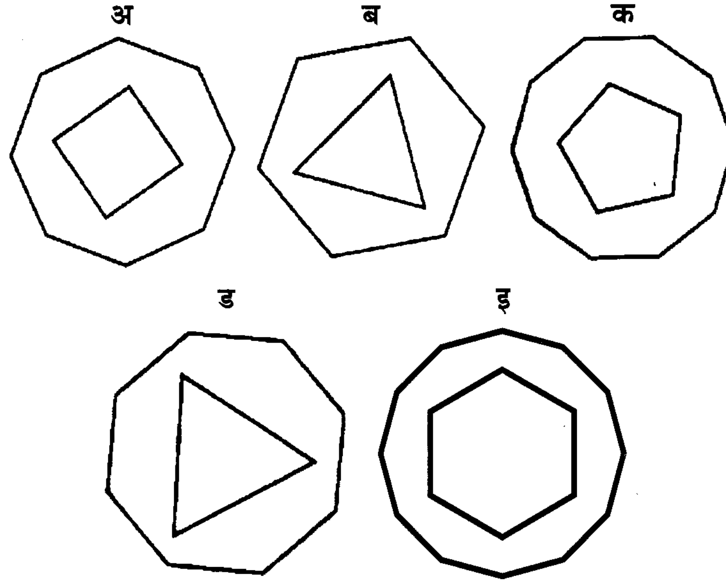
६) एका विमानास नागपूर ते मुंबई प्रवासात १ तास १५ मिनीटे लागतात. त्याच विमानास मुंबई ते नागपूर प्रवासासाठी ७५ मिनीटे लागतात. प्रश्न असा आहे की हा असा फरक का आहे ?



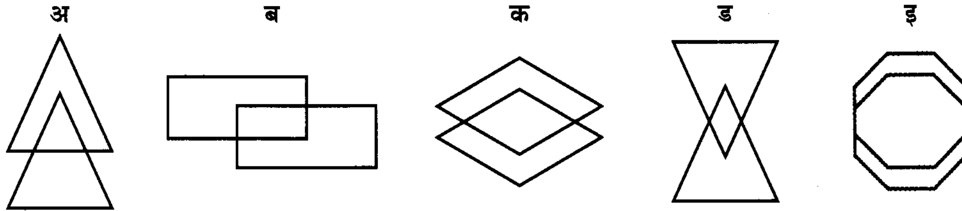
७) रमेशच्या सासऱ्यास एकच मुलगी आहे. त्या मुलीच्या सासुची मुलगी म्हणजे रमेशची कोण आहे ?

अ) आई   ब) आजी   क) बहिण   ड) चुलत बहिण   इ) मुलगी

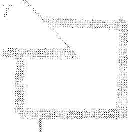
८) खालील चित्रांपैकी कुठले चित्र बाकीच्यांपेक्षा वेगळे आहे ?



९) खालील चित्रांपैकी कुठले चित्र बाकींच्यापेक्षा वेगळे आहे ?



१०) बास्केटबॉलच्या टीममध्ये ८ खेळाडू आहेत. प्रत्येकास समान वेळ खेळण्यासाठी दिला आहे. जर एका वेळेस फक्त पाच खेळाडू खेळत असतील व खेळ ४८ मिनीटे चालला असेल तर प्रत्येक खेळाडूस किती वेळ खेळण्यासाठी मिळाला ?



११) जर दोन संख्यांचा गुणाकार १२६ आहे व त्या संख्यामधील फरक पाच चा आहे तर त्या दोन संख्या कोणत्या आहेत ?

१२) जर भिंतीवरच्या घड्याळामध्ये ७.३० वाजले आहेत, माझ्या हातावरच्या घड्याळामध्ये ७.१५ वाजले आहेत, टॉवर वरच्या घड्याळामध्ये ७.२० वाजले आहेत.माझ्या मित्राच्या घड्याळामध्ये ७.१० वाजले आहेत व दुकानातल्या घड्याळामध्ये ७.३५ वाजले आहेत. पण खरी वेळ ७.२५ एवढी झाली आहे. तर या घड्याळ्यांनी जी सरासरी वेळ दाखविली आहे ती खऱ्या वेळेपेक्षा जास्त आहे की कमी आणि कितीने कमी किंवा जास्त आहे ते सांगा.

१३) एकदा काही मांजरींना
छोट्या सतरंज्या मिळाल्या
जर प्रत्येक सतरंजीवर
एकच मांजर बसली
तर एका मांजरीस
सतरंजी उपलब्ध होत नाही
जर प्रत्येक सतरंजीवर
दोन मांजरी बसल्या
तर एका सतरंजीवर
एकही मांजर नसणार
तर किती मांजरी
व सतरंज्या होत्या ?

१४) खालील साखळीतील प्रश्नांकित जागी कुठला अंक येईल ?
२, ४, ७, ११, १६, ?, २९.

१५) मला सहा मुलगे आहेत. प्रत्येक मुलाला एक बहिण आहे तर मला एकूण किती अपत्ये आहेत ?

१६) दोन वडिल व त्यांची दोन मुले सकाळच्या न्याहरीच्या वेळेस एकूण तीन अंडी खातात व प्रत्येकास **एक पूर्ण अंडे** मिळते. तर तुम्ही हे कसे स्पष्ट कराल.

१७) एका माणसाला विचारले की तुझ्या गटामध्ये किती माणसे आहेत. तेव्हा त्याने सांगितले **की आमच्यापैकी** तीन चतुर्थांश व अधिक तीन चतुर्थांश एवढे आम्ही आहोत. तर त्या गटात किती माणसे आहेत ?

१८) रस्त्याच्या दोन्ही बाजूला समोरासमोर असलेल्या घरांना क्रमांक दिले आहेत. (१,२,३,४,...) एका बाजूच्या शेवटच्या घराला क्रमांक दिल्यानंतर त्याच्यासमोर असणाऱ्या घराला पुढचा क्रमांक दिला आहे. जर १४ क्रमांक असणाऱ्या घराच्या समोरच्या घराचा क्रमांक ३७ असेल तर दोन्ही बाजूला एकूण घरे किती आहेत?

१९) जर a, e, i, o, u, B. हे सहा अक्षरे साखळीत खालीलप्रमाणे येत असतील तर ३०५ वे अक्षर कुठले असेल?

a e i o u B a e i o u B a e i o u B..........

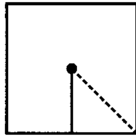
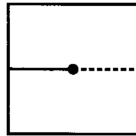
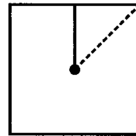
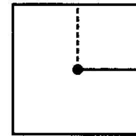
२०) खालील पाच संख्यांपैकी एक संख्या बाकीच्यांपेक्षा वेगळी आहे. ती ओळखून काढा. कुठल्याही प्रकारच्या गणिताच्या उच्च ज्ञानाची यासाठी गरज नाही.

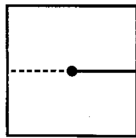
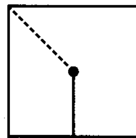
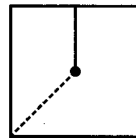
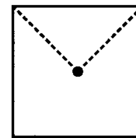
अ) ८६४३० ब) ६५३२० क) ९८६३१ ड) ८७३२५

२१) एक भाऊ त्याच्या बहिणीला म्हणाला की तुझ्याकडील पाच आंबे मला दिले तर माझ्याकडे तुझ्यापेक्षा दुप्पट आंबे होतील. बहिण त्याला म्हणाली जर तूच तुझ्याकडील पाच आंबे मला दिले तर माझे व तुझे आंबे सारखेच होतील तर दोघे मिळून किती आंबे होते?

अ) ७० ब) ६० क) ४५ ड) सांगणे कठिण आहे

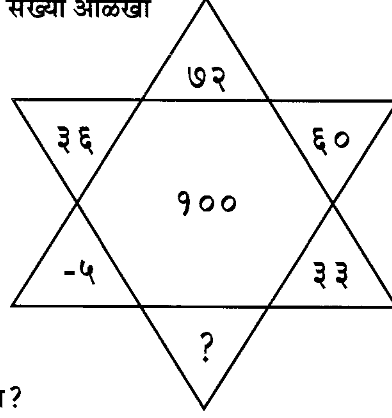
२२) पुढील पैकी कोणता चौकोन साखळीमध्ये योग्यपणे बसू शकेल?

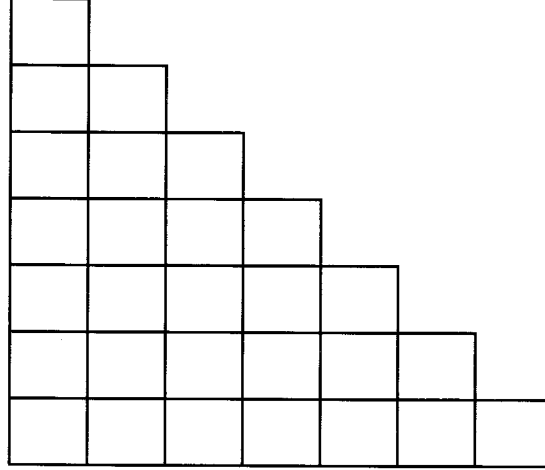

अ

ब

क

ड



२३) खालील चित्रातील प्रश्नांकित संख्या ओळखा



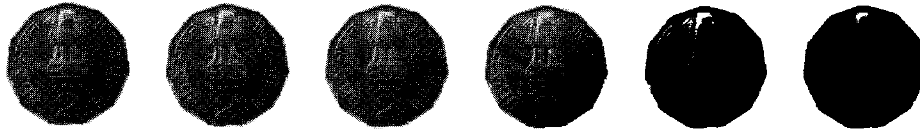
२४) या चित्रात किती चौरस आहेत?



२५) खालील साखळीतील शेवटची संख्या कोणती?

$\frac{७}{१२}$ $\frac{१}{२}$ $\frac{१०}{२४}$ $\frac{१}{३}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{६}$?

२६) तुम्ही सहा नाणी तीन सरळ रांगेत अशी मांडून दाखवा की प्रत्येक रांगेत तीन तीन नाणी असतील.



२७) आता एक उत्कृष्ट खेळ तुम्हास खेळावयाचा आहे. यासाठी आपणास निरनिराळ्या व्यासाच्या पाच चकत्या लागतील. (उदा. १ ते पाच से.मी. व्यासाच्या) या पाच चकत्या प्रथम एका ताटलीमध्ये अशा ठेवा की सर्वात मोठी सर्वात खाली त्यावर तिच्यापेक्षा लहान व याप्रमाणे सर्वात वर सर्वात छोटी. अजून दोन ताटल्या घ्या व तीन्ही ताटल्या एका रांगेत मांडा. पहिल्या ताटलीतील अनुक्रमे असलेल्या पाच चकत्या तिसऱ्या ताटलीमध्ये तुम्हाला स्थलांतरीत करावयाच्या आहेत. पण त्यासाठी पुढील नियम पाळणे आवश्यक आहे.

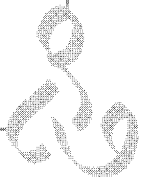
अ) एका वेळेस एकच चकती हलवायची

ब) छोट्या चकतीवर कधीही कुठली मोठी चकती ठेवता येणार नाही

क) मधल्या ताटलीमध्ये तात्पुरत्या काळासाठी तुम्ही चकत्या ठेऊ शकतात, पण त्यासाठी सुद्धा पहिले दोन नियम पाळले पाहीजेत

ड) सर्वात कमी वेळा चकत्यांची हालचाल करून सर्व चकत्या तिसऱ्या ताटलीत अनुक्रमे एकमेकांवर स्थलांतरीत झाल्या पाहीजेत.

आपण या खेळाच्या एकूण मूव्हज्साठी, गणिताचा वापर करून नियम शोधून काढू या

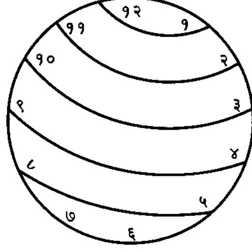




उत्तरे

विभाग एक

१)



२) फळीस फक्त चार वेळाच कापावे लागेल. म्हणून १२ मिनीटेच फळी कापण्यास लागतील.

३) तराजू समतोल आहे व एका बाजूला पूर्ण साबणाचा बार आहे तर दुसऱ्या बाजूला $\frac{३}{४}$ बार आणि $\frac{३}{४}$ किलोचे वजन आहे. याचा अर्थ होतो की बारच्या $\frac{१}{४}$ भागाचे वजन $\frac{३}{४}$ किलो आहे. म्हणून पूर्ण बारचे वजन ३ किलो. $(४ \times \frac{३}{४} = ३)$

४) चित्रातील दोन्ही वजनकाट्यांकडे बघितल्यावर लक्षात येते की एका मांजरीच्या जागी एक पिल्लु आल्यामुळे वजन २ किलो कमी झाले. म्हणजे पिल्लाचे वजन मांजरी पेक्षा २ किलो कमी आहे. समजा पहिल्या वजनांत सर्वच पिल्ले आहेत तर तेथे एकूण ७ पिल्ले होतील व त्यांचे वजन १५ - २ × ४ = ७ किलो भरेल. (कारण फक्त पिल्लु मांजरीचे जागी आली) जर पिल्लांचे वजन १ किलो तर ४ मांजरीचे वजन १५ - ३ = १२ किलो आहे म्हणून एका मांजरीचे वजन ३ किलो आहे.

५) ७२० दिवसांनी. कारण ७२० दिवसांत दुसरे घड्याळ ७२० मिनीटे मागे पडेल व तीसरे घड्याळ ७२० मिनिटे पुढे जाईल पण ७२० मिनीटे म्हणजे १२ तास. तेव्हा ते १ जानेवारी प्रमाणे सकाळची ७ ची वेळ बरोबर दाखवितील.

६) फरक आहे कुठे. १ तास १५ मिनीटे म्हणजेच ७५ मिनीटे.

७) क) बहिण

८) ड, बाकीच्या सर्व आकृतींमध्ये आतल्या आकृतीस बाहेरच्या आकृतीपेक्षा अर्ध्या बाजू आहेत

९) ड, याच आकृतीमध्ये फक्त आतली आकृती बाहेरच्या आकृतीची छोटी आकृती नाही

१०) ३० मिनीटे, खेळ ४८ मिनीटे चालला व एका वेळेस फक्त ५ जण खेळतात

म्हणून ४८ × ५ = २४०.

२४० मिनीटात ८ खेळाडू खेळले.

म्हणून प्रत्येकास २४० ÷ ८ = ३० मिनीटे

११) ९, १४, अ पहिला अंक, तर अ + ५ दुसरा अंक

$अ \times (अ + ५) = १२६$

$अ^२ + ५अ - १२६ = ०$

$(अ + १४)(अ - ९) = ०$

म्हणून अ = -१४ किंवा अ = ९

अ = -१४ असंभव आहे म्हणून अ= ९

१२) खऱ्या वेळेपेक्षा बाकीची घड्याळे कमी जास्त वेळ दाखवित आहेत

+ ५
-१०
- ५
-१५
+१०

-१५

म्हणून पाच घड्याळ्यांची सरासरी १५ ÷ ५ = ३

म्हणून बाकीची घड्याळे सरासरी ३ मिनीटे मागे आहेत.

१३) ४ मांजरी व ३ सतरंज्या

१४) २२, दोन अंकातील फरक अनुक्रमे २, ३, ४, ५, ६, व ७ आहे

१५) सात अपत्ये.

एक मुलगी सहा भावांची बहिण आहे

१६) ते तिघे आजोबा, आजोबाचा मुलगा व आजोबाचा नातू आहेत.



१७) गटामधील शेवटचा एक चतुर्थांश भाग हा एकूण तीन चतुर्थांश माणसांचा आहे. म्हणून

$\frac{३}{४} \times ४$ = संपूर्ण गट

३ = संपूर्ण गट

३ चा $\frac{३}{४}$ भाग $\frac{९}{४}$ आहे

३ चा $\frac{१}{४}$ भाग $\frac{३}{४}$ आहे

म्हणून गटांमध्ये $\frac{९}{४} + \frac{३}{४} = \frac{१२}{४}$ = ३ माणसे आहेत

१८) १४ क्रमांकाच्या घराआधी १३ घरे आहेत. म्हणून ३७ क्रमांकाच्या घरापुढे सुद्धा १३ घरे आहेत.
म्हणून
एकूण घरे ३७ + १३ = ५०

१९) दर सहावे अक्षर B आहे. म्हणून
३०५ ÷ ६ = ५० × ६ + ५
म्हणून ३०० वे अक्षर B आहे. त्यानंतर पाचवे u अक्षर आहे.

२०) ड) ८७३२५,
ही संख्या बाकीच्या पेक्षा वेगळी आहे. बाकी सर्व संख्यामधील अंक उतरत्या क्रमाने आहेत.

२१) ब) ६०

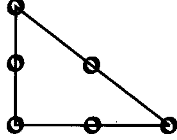
२२) ब आकृती
पूर्ण काळी लाईन प्रत्येकावेळी घड्याळाच्या दिशेने ९०° फिरते.
डॉटेड लाईन ४५° ने घड्याळाच्या उलट्या दिशेने फिरते.

२३) प्रत्येक मोठ्या त्रिकोणातील संख्याची बेरीज १०० आहे.
म्हणून उत्तर ४

२४) एकूण ५० चौरस आहेत.
२८ चौरस १ × १ आकाराचे
१५ चौरस २ × २ आकाराचे
६ चौरस ३ × ३ आकाराचे
१ चौरस ४ × ४ आकाराच्या

२५) १/१२ , अपूर्णांक असे आहेत

७/१२ ६/१२ ५/१२ ४/१२ ३/१२ २/१२ १/१२

२६) 

उभी आडवी व तीरपी लाईन

२७) पाच चकत्यांसाठी कमीत कमी मूव्हज् ३१ लागतात. कमीत कमी मूव्हजमध्ये आपले उद्दिष्ट गाठले पाहीजे. आपण दोन चकत्यांपासून सुरुवात करुया. आपण सगळ्यात छोट्या चकतीस १ नं व नंतरच्या मोठ्या चकतीस दोन नंबर व याप्रमाणे पुढच्या सर्वांना क्रमांक देऊ या.

दोन चकत्यांसाठी अशा मूव्हज् होतील.

१ नं. ची मधल्या ताटलीत प्रथम	- पहिली मूव्ह
२ नं. ची तिसऱ्या ताटलीत	- दुसरी मूव्ह
१ नं. ची मधल्या ताटलीतून तिसऱ्या ताटलीत	- तीसरी मूव्ह

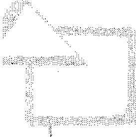
तीन चकत्यांसाठी मूव्हज् अशा होतील.

१ व २ नं च्या चकतींना मधल्या ताटलीत जाण्यासाठी तीन मूव्हज - ३ मूव्हज	
३ नं. ची चकती आता शेवटच्या ताटलीत	- चौथी मूव्ह
पून्हा १ आणि २ क्रं. च्या चकतीसाठी	- ३ मूव्ह
एकूण	७ मूव्हज

चार चकत्यासाठी वर प्रमाणे पहिल्या तीन चकत्या मधल्या ताटलीत जाण्यासाठी ७ मूव्हज

४ नं ची चकती शेवटच्या ताटलीत	१ मूव्ह
वरप्रमाणे मधल्या ताटलींतील शेवटच्या ताटलीत	७ मूव्हज
	१५ मूव्हज

वरील पद्धतीनुसार पाच चकत्यांसाठी	१५
	+ १
	+ १५
	३१ मूव्हज



पण ३ = २×२-१

७ = २×२×२-१

१५ = २×२×२×२-१

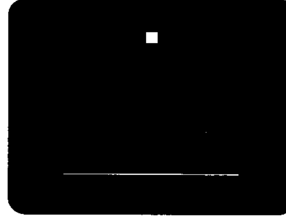
३१ = २×२×२×२×२-१

या नियमानुसार जेवढ्या चकत्या, तेवढ्या वेळा २ ला २ नेच गुणायचे व १ वजा करायचा म्हणजे आपणास किती मूव्हज करायच्या ते कळते.

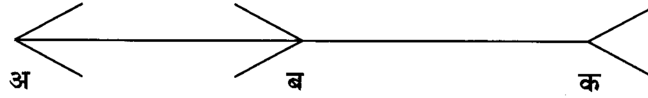
विभाग दोन

आपण आता दृष्टीभ्रम निर्माण करणाऱ्या काही चित्रांबाबत माहीती करून घेऊ या.

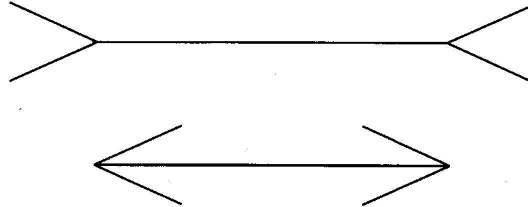
२८) चित्र क्र. एक मधील पांढऱ्या चौकोनावर तुमचे लक्ष केंद्रीत करा. काही मिनीटातच चित्रातील खालची पांढरी रेषा अदृष्य होते. व पुन्हा दिसते.



२९) खालील चित्रातील बक रेष अब रेषेपेक्षा जास्त लांब वाटते. परंतू त्या समान आहेत.

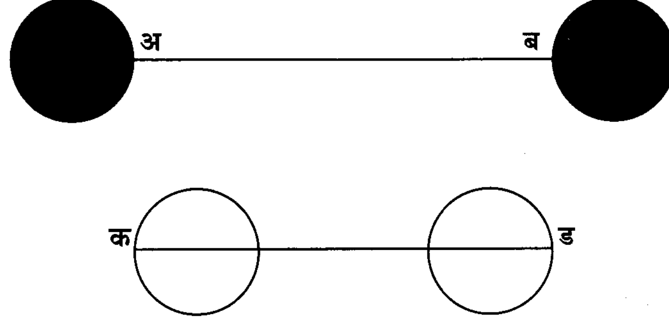


३०) वरीलप्रमाणे खालच्या चित्रातील पहिली सरळ रेषा दुसऱ्या सरळ रेषेपेक्षा मोठी दिसते. पण त्या समान आहेत.

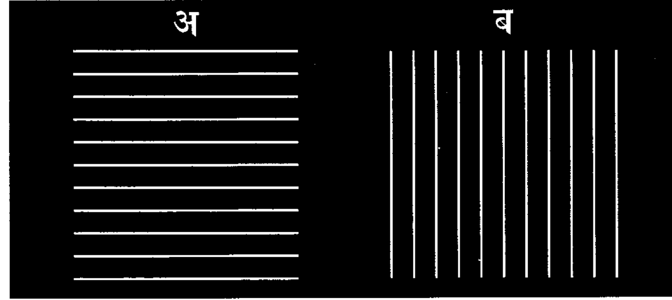




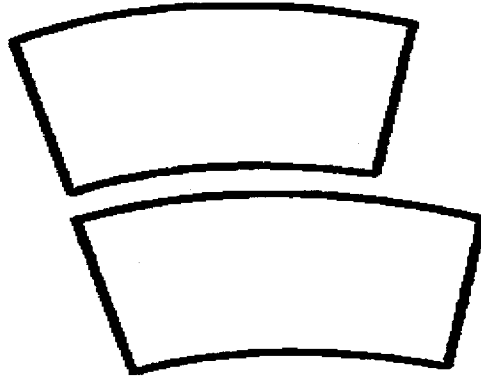
३१) खालील चित्रातील अब रेषा कड रेषेपेक्षा मोठी दिसते. परंतू त्या समान लांबीच्या आहेत.



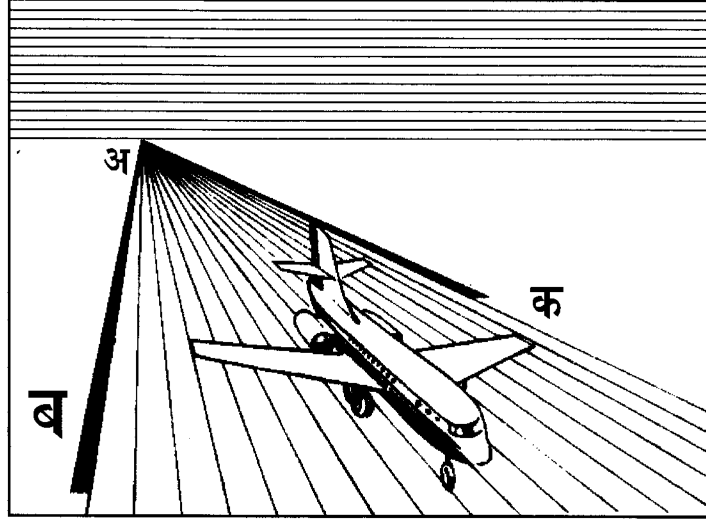
३२) खालील चित्रातील दोन्ही चौकोन समान आकाराचे आहेत. पण पहिला चौकोन दुसऱ्या चौकोनापेक्षा उंच व आखुड वाटतो.



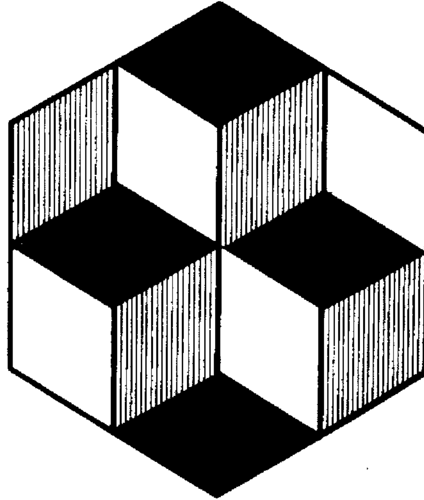
३३) खालील चित्रातील दोन्ही आकृत्या एकसमान आहेत. पण वरची आकृती कमी लांबीची वाटते.



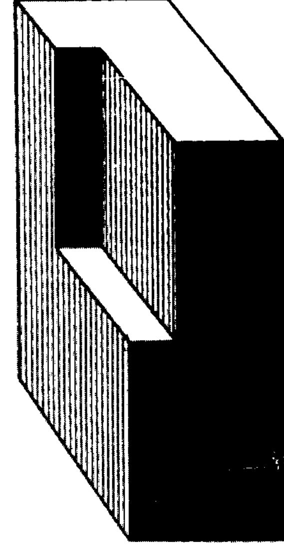
३४) खालील चित्रातील अब अंतर अक पेक्षा जास्त लांब वाटते. पण दोन्ही एकसमान आहेत.



३५) जर तुम्ही खाली दिलेल्या चित्राकडे खूप वेळा बघितले तर तुम्हाला वर व खाली दोन ठोकळे आलटून पालटून दिसतील.

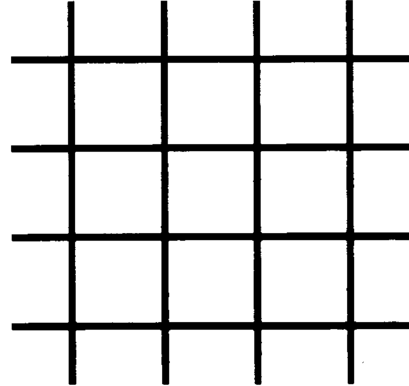




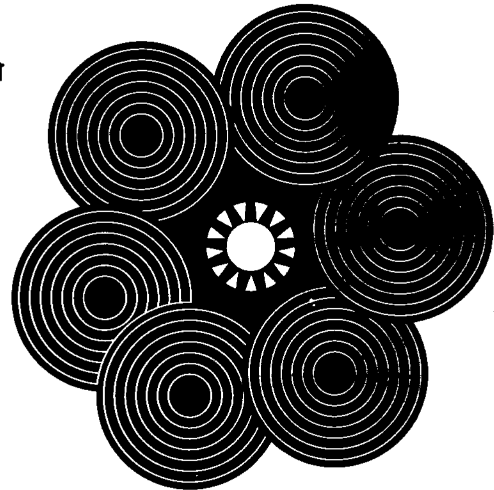


३६) जर तुम्ही बाजुच्या चित्राकडे खूप वेळा बघितले तर तुम्हाला या चित्रातील गंमत स्वत:च लक्षात येईल.

३७) खालील चित्रात जर तुम्ही नीट बघितल तर तुम्हाला जिथे जिथे रेषा एकमेकांना छेद करतात तेथे तुम्हाला पांढरे बिंदू आढळून येतील.



३८) जर तुम्ही पुस्तक जरासे हलविले तर खालील चित्रामध्ये तुम्हाला सर्व चक्रे उलट सुलट फिरतांना दिसतील.



विभाग तीन

१) ''११'' चा खेळ

हा खेळ दोघांनी खेळायचा आहे. ११ आगकाड्या (किंवा तत्सम काहीही) टेबलावर ठेवल्या आहेत. प्रथम पहिला खेळाडू या काड्यां पैकी १ किंवा २ किंवा ३ काड्या उचलतो. (त्यांच्या इच्छेप्रमाणे) नंतर दुसरा खेळाडू सुद्धा १ किंवा २ किंवा ३ काड्या उचलतो.

त्यानंतर पहिला व याप्रमाणे पुढे. एका वेळेस तीनपेक्षा जास्त काड्या घेण्यास मनाई आहे. जो कोणी शेवटची काडी घेतो तो हरतो.जर हरायचे नसेल तर कसे खेळायचे.

२) ''१५'' चा खेळ

आपण जो फूली व गोळा खेळ ३ × ३ च्या स्वरूपांत खेळतो तसाच काहीसा हा खेळ आहे. खालील ३ × ३ च्या चौकोनांत एक ते नऊ पैकी कुठलाही अंक पहिला खेळाडू लिहितो व नंतर दुसरा खेळाडू स्वत:चा १ ते ९ पैकी एक अंक त्यास पाहिजे तिकडे लिहितो. नंतर पहिला व दुसरा याप्रमाणे प्रत्येक खेळाडूने या उद्देशाने अंक लिहायचे आहेत की जो कोणी उभ्या, आडव्या वा तिरप्या रेषेवर तिसरा अंक लिहून तीन अंकाची बेरीज पंधरा करू शकेल तो जिंकला. अन्यथा जो कोणी शेवटचा अंक लिहिल तो हरला असे समजावे.जर नक्की जिंकायचे असेल तर कसे खेळले पाहिजे.

३) ''३२'' चा खेळ

या खेळात आगपेटीतल्या ३२ काड्या वा तत्सम काही जे सहज मोजता येऊ शकेल, टेबलावर ठेवल्या आहेत. पहिला खेळाडू १,२,३ वा ४ काड्या उचलतो व नंतर दुसरा खेळाडू याचप्रमाणे काड्या उचलतो. पण कोणीही एका वेळेस चार पेक्षा जास्त काड्या उचलू शकत नाही. जो खेळाडू शेवटची काडी उचलतो तो जिंकतो.

हा खेळ साधा आहे पण जर पहिला खेळाडू योग्यपणे खेळला तर नेहमी जिंकू शकतो.

४) वरच्या खेळाच्या उलटा खेळ

वरच्या खेळामध्ये असा बदल केला की जो कोणी शेवटची काडी घेईल तो हरला, तर वेगळाच खेळ होईल. जर नक्की जिंकायचे असेल तर कसे खेळले पाहिजे.

५) संख्या ओळखणे

तुमच्या मित्राला १ ते ९ मधील कुठलाही आकडा लिहायला सांगा व पूढील प्रमाणे करायला सांगा.

त्या अंकाला तीन ते गूणायला सांगा. गुणाकार करून आलेल्या संख्येमध्ये २ मिळवा. आता या नवीन संख्येला ३ ने गुणा,आता या

मध्ये मूळचा (अगदी पहिला) अंक मिळवा, आता आलेल्या संख्येचा पहिला अंक खोडायला सांगा. आता यामध्ये २ मिळवा, आता

त्याला ४ ने भागा,आता त्यामध्ये १९ मिळवा.

हे सर्व त्याने तुम्हाला न दाखविता केलेले असेल त्याला सांगा त्याची शेवटची संख्या २१ आहे (हे कोडे एकालाच पुन्हा पुन्हा सांगितले तर त्याच्या लक्षात येईल की हेच उत्तर नेहमी येते).

उदा.

जर दोन हा अंक मित्राने गृहीत धरला.

२ × ३ = ६

६ + २ = ८

८ × ३ = २४

२४ + २ = २६

पहिला अंक खोडल्यानंतर ६ राहतो. ६ + २ = ८

८ ÷ ४ = २

२ + १९ = २१

६) खोडून टाकलेला अंक सांगणे

तुमच्या मित्राला तीन वा जास्त अंक असलेली संख्या लिहायला सांगा. नंतर त्यास सांगा की त्यातील अंक पून्हा कुठल्या अन्य क्रमाने लिही व नवीन संख्या तयार कर. उदाहरणार्थ जर मुळ संख्या २५३८ असेल तर ५८२३ अशा प्रकारे दुसरी संख्या लिहून काढ. आता ज्या दोन संख्या मित्रापाशी आहेत त्यातील एक दुसरीपेक्षा मोठी असेल व दुसरी लहान असेल. आता त्याला सांगा की जी संख्या लहान आहे ती मोठीमधून वजा करा. आता जी नविन संख्या येईल त्यातला कुठलाही शून्य नसलेला आकडा तात्पूरता खोडायला सांगा व उरलेले जे अंक आहेत ते तुम्हाला त्याने सांगितल्यावर तुम्ही त्यास खोडलेला अंक सांगू शकता. मुळचा आकडा जराही माहीत नसताना, त्याची नंतरची क्रमवारी माहीत नसताना तुम्ही खोडलेली अंक कसा ओळखता ?

उदाहरण

मनातील संख्या	७३८०
क्रमवारी बदललेली संख्या	- ३०८७
वजाबाकी नंतर	४२९३
खोडलेला अंक	३

उरलेले अंक चार, दोन व नऊ

त्याची बेरीज = १५

१५ या संख्येस ९ ने भागले असता ६ उरतात. म्हणजे ९ ने पूर्ण भाग जाण्यास ३ कमी पडतात. म्हणून ३ अंक खोडलेला आहे.

जर वरील ३ अंकाची बेरीज ९ च्या पटीत आली असती तर खोडलेली अंक ९ किंवा ० असता.

७) जन्मदिवस व महीना ओळखणे

तुमच्या समोरच्याला सांगा की त्याने कागदावर त्याची जन्म तारीख व जन्म महीना (आकड्यात) लिहावा. नंतर पुढील प्रमाणे गणित करावयास सांगा.

१) जन्मतारीखेची दूप्पट करणे

२) आता त्यास १० ने गूणावे

३) आता त्या गुणाकारात ७३ मिळवावे

४) पुन्हा आलेल्या संख्येस ५ ने गुणावे

५) आता यामध्ये महीन्याचा अंक मिळवावा

जेव्हा तो तुम्हाला शेवटची संख्या सांगतो, त्यामधून ३६५ वजा केल्यावर तुम्ही त्याची जन्मतारीख व महीना सांगतात.

समजा जन्मतारीख १२ फेब्रुवारी आहे

१२ × २ = २४

२४ × १० = २४०

२४० + ७३ = ३१३

३१३ × ५ = १५६५

१५६५ + २ = १५६७

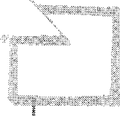
आता तुम्ही १५६७ मधून ३६५ वजा करायचे

१५६७ - ३६५ = १२०२

१२०२ म्हणजे १२.०२,

१२ फेब्रुवारी, पहिले दोन आकडे तारीख व शेवटचे दोन आकडे महीना सांगतात.

हे कसे ते उत्तरामध्ये पहा



८) तुमच्या मित्राला किती भाऊ व बहिणी आहेत. ते ओळखण्यासाठी त्याला पुढीलप्रमाणे आकडेमोड करायला सांगा

१) भावांच्या संख्येत तीन मिळवा

२) मग ५ ने गूणा

३) त्यात २० मिळवा

४) आता २ ने गुणा

५) आता बहिणींची संख्या यामध्ये मिळवा.

६) आता ५ मिळवा

आता मित्राने शेवटची संख्या सांगितल्यावर त्याला किती भाऊ व बहिणी आहेत ते तुम्ही सांगा. त्यासाठी त्या संख्येतून ७५ वजा करा.

जी संख्या येईल त्यातील पहिला अंक भावाचा व दूसरा अंक बहिणींचा असतो.

उदाहरण - मित्रास २ भाऊ व तीन बहिणी आहेत.

२ + ३ = ५

५ × ५ = २५

२५ + २० = ४५

४५ × २ = ९०

९० + ३ = ९३

९३ + ५ = ९८

आता ९८ मधून ७५ वजा करायचे

९८ - ७५ = २३

२ भाऊ व ३ बहिणी

जर बहिणींची संख्या ९ पेक्षा जास्त असेल तर ही ट्रीक चालणार नाही.

९) न लिहीलेल्या संख्याची बेरीज कशी कराल ?

या खेळामध्ये आपण तीन संख्यांची बेरीज लिहीणार आहोत व ते सुद्धा तीनपैकी एकच संख्या लिहीली असताना, मित्राला कागदावर बहू अंकीय संख्या लिहीण्यास सांगा. समजा त्याने ही संख्या लिहिली.

```
 ७४५८६
+ ------
+ ------
-------
१७४५८५
```

तुम्ही वर लिहिल्याप्रमाणे त्याने लिहीलेल्या संख्येच्या खाली दोन संख्या मावतील ऐवढी जागा सोडून वर उदाहरणात दाखविल्याप्रमाणे

पहिल्या अंकाच्या आधी एक हा अंक लिहा व बाकी सर्व अंक वरीलप्रमाणे लिहा. फक्त शेवटचा अंक एक ने कमी करून लिहावा.

आता मित्रास दुसरी संख्या लिहण्यास सांगा.

```
  ७४५८६
+ ३७०९१
+ --------
१७४५८५
```

समजा त्याने वरीलप्रमाणे दुसरी संख्या लिहीली. नंतर तुम्ही तांबडतोब वेळ न लावता संख्या लिहा. त्यासाठी तुम्हाला फक्त एवढेच करायचे आहे की जी दुसरी संख्या मित्राने लिहीली आहे त्यामधील प्रत्येक अंक ९ मधून वजा करा व त्याखाली येणारा अंक लिहा.

```
  ७४५८६
+ ३७०९१
+ ६२९०८
१७४५८५
```

बेरीज बरोबर आहे की नाही हे तपासण्यास सांगा.

१०) विलक्षण स्मरणशक्ती

जादुगार तुम्हास त्याच्या स्मरणशक्तीच्या जोरावर कधिकधि भारावून टाकतो, ते प्रदीर्घ अशा शब्द मालिका वा संख्याद्वारे हे साध्य करतात. तुम्हीसुध्दा तुमच्या मित्रांना अशाप्रकारे अचंबित करु शकतात.

जाडा कागद वा पुठ्ठा वापरुन ५० कार्ड बनवा. त्यावर पुढे दाखविल्या प्रमाणे डाव्या वरच्या कोपऱ्यांत विशिष्ठ कार्ड नंबर लिहावा व त्याखाली त्या नंबरशी जोडलेली प्रदीर्घ संख्या लिहा. ही कार्डे मित्रांना वाटा व सांगा की तुमची स्मरणशक्ती ऐवढी विलक्षण आहे की त्याने छोटा कार्ड नंबर (डाव्या वरच्या कोपऱ्यातील) सांगितल्यावर तुम्ही त्यास ताबडतोब त्या कार्डवरची प्रदीर्घ संख्या न बघता सांगू शकता.

उदाहरणार्थ -

त्याने A8 असा कार्ड नंबर सांगितल्यावर तुम्ही ताबडतोब १,०५६,६१६, ही संख्या स्मरणशक्तीने सांगु शकतात.

A 24,020	B 36,030	C 48,040	D 510,050	E 612,060
A1 34,212	B1 46,223	C1 58,234	D1 610,245	E1 712,256
A2 44,404	B2 56,416	C2 68,428	D2 7,104,310	E2 8,124,412
A3 54,616	B3 66,609	C3 786,112	D3 8,106,215	E3 9,126,318
A4 64,828	B4 768,112	C4 888,016	D4 9,108,120	E4 10,128,224
A5 750,310	B5 870,215	C5 990,120	D5 10,110,025	E5 11,130,130
A6 852,412	B6 972,318	C6 1,092,224	D6 11,112,130	E6 12,132,036
A7 954,514	B7 1,074,421	C7 1,194,328	D7 12,114,235	E7 13,134,142
A8 1,056,616	B8 1,176,524	C8 1,296,432	D8 13,116,340	E8 14,136,248
A9 1,158,718	B9 1,278,627	C9 1,398,536	D9 14,118,445	E9 15,138,354

डाव्या कोपऱ्यातील वरच्या कार्ड नंबरावरून तुम्ही त्या खालील मोठी संख्या स्मरणशक्तीद्वारा सांगू शकतात.
तुम्हाला हे लक्षात ठेवायचे आहे की A म्हणजे २०, B म्हणजे ३०, C म्हणजे ४०,
D म्हणजे ५० व E म्हणजे ६०.

A1 म्हणजे २१, D7 म्हणजे ५७, E9 म्हणजे ६९ व याप्रमाणे अन्य संख्या. प्रत्येक प्रदीर्घ संख्या कशी तयार झाली आहे हे समजण्यासाठी आपण एक उदाहरण घेऊया.

समजा आपले कार्ड E4 आहे. म्हणजे कार्डाचा नंबर ६४ आहे.

प्रथम ६ + ४ = १० (दोन्ही अंकाची बेरीज करणे)

नंतर ६४ च्या दुप्पट करणे ६४ × २ = १२८

नंतर छोटा अंक मोठ्यातून वजा करणे ६ - ४ = २

नंतर त्या दोन्ही अंकाचा गुणाकार करणे ६ × ४ = २४

आपण ही प्रदीर्घ संख्या अशी लिहून काढू शकतो

१०, १२८, २, २४ व हीच संख्या कार्ड वर लिहिलेली आहे.

आपण केलेली गणिते अशी आहेत.

+, दुप्पट, -, × म्हणजेच बेरीज, दुप्पट, वजा, गुणाकार

E म्हणजे ६० -- ६, १२०, ६, ०

B7 म्हणजे ३७ -- १०, ७४, ४, २१

उत्तरे
विभाग तीन

१) ''११'' चा खेळ

जर हारायचे नसेल तर एक मार्ग आहे. पण मी येथे तो मुद्दाम सांगत नाही. अपेक्षा ही आहे की खेळाडूंनी तो स्वत:च शोधावा. अर्थात जो कोणी दुसरा खेळणारा असेल त्याला जर हा मार्ग लक्षात आला तर मात्र कोण जिंकेल हे नक्की सांगता येणार नाही.

कोण पहिला खेळतो यावर हे अवलंबून आहे.

२) ''१५'' चा खेळ

येथे सुद्धा मी मुद्दाम नक्की जिंकण्याचा मार्ग सांगत नाही. अपेक्षा ही आहे की खेळाडूंनी तो स्वत: शोधावा.

३) ''३२'' चा खेळ

येथे नक्की जिंकण्याचा मार्ग आहे. पण मी तो सांगणारा नाही. खेळाडूंनी स्वत: शोधण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे.

४) वरच्या खेळाच्या उलटा खेळ

येथे नक्की जिंकण्याचा मार्ग आहे. पण मी तो सांगणार नाही. खेळाडूंनी स्वत: शोधण्याचा प्रयत्न केला पाहीजे.

५) जर मित्राने गृहीत धरलेलया अंक अ असेल, तर तुम्ही पुढीलप्रमाणे गणित करतात.

अ × ३ = ३अ

३अ + २ = ३अ + २

३ × (३अ + २) = ९अ + ६

९अ + ६ + अ = १०अ + ६

पहिल्या अंक खोडल्यावर फक्त ६ चे उरतात.

१० अ हा पहिला अंक आहे.

उदा. जर अ म्हणजे २ अंक असता तर वरील समीकरण असे होईल १० × २ + ६ = २६
पहिला अंक २ हा खोडल्यावर ६च उरतात पुढील गणिती अंकमोड सोपी आहे.

६ + २ = ८

८ ÷ ४ = २

२ + १९ = २१

६) खोडून टाकलेला अंक सांगणे

कुठल्याही संख्येला ९ ने भागितल्यावर जी बाकी येते ती व त्या संख्येच्या अंकाच्या बेरिजेला ९ने भागितल्यावर जी बाकी येते ती समान असते. ज्या दोन संख्यामधील अंक समान असतात त्यांना जर ९ने भागितले तर त्यांच्या येणाऱ्या बाकी समान असतात. म्हणून ही बाकी काढून टाकण्यासाठी आपण मोठ्या संख्येतून छोटी संख्या वजा करतो. मित्राने खोडून टाकलेला अंक ओळखण्यासाठी आपण त्याने सांगितलेल्या अंकाच्या बेरिजेला ९ने भागतो व ९ने पूर्णपणे बेरीज जाण्यास जेवढी संख्या कमी पडते ती म्हणजे खोडलेला अंक.

७) जर आपण तारीख अ समजलो व महिना ब समजलो तर पुढीलप्रमाणे आपण गणित करित असतो.

अ × २ = २अ

२अ × १० = २०अ

२० अ + ७३ = २० अ + ७३

(२०अ + ७३) × ५ = १००अ + ३६५

महिना मिळाल्यावर = १००अ + ३६५ + ब

यातून ३६५ वजा केले की अ आपणास शंभरामध्ये व ब एकांकामध्ये वा दशकांमध्ये मिळतात

८) समजा भावांची व बहिणींची संख्या अ व ब समजली तर आपण पुढील प्रमाणे आकडेमोड करतो

अ + ३ = अ + ३

(अ + ३) × ५ = ५अ + १५

५अ + १५ + २० = ५ अ + ३५

(५अ + ३५) × २ = १०अ + ७०

१०अ + ७० + ब = १०अ + ब + ७०

१०अ + ब + ७० + ५ = १०अ + ब + ७५

१०अ + ब + ७५ मधून ७५ वजा केल्यावर फक्त १०अ + ब उरते

१०अ + ब म्हणजेच अ ब ही संख्या.

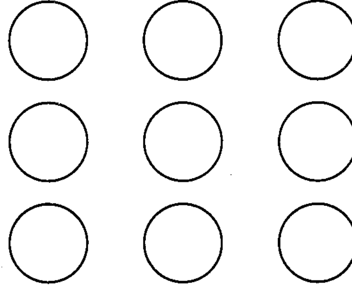
ब ९ पेक्षा जास्त असेल तर हे गणित चालणार नाही.

९) आपण बेरीज म्हणून जी संख्या चवथ्या ओळीत लिहीतो ती मुळ संख्येमध्ये विशिष्ट संख्या मिळवून लिहीत असतो. जर मुळ संख्या पाच अंकाची असेल तर आपण त्यामध्ये ९९,९९९ मिळवित असतो. म्हणून समोरच्याने दुसऱ्या ओळीतील संख्या लिहिल्यावर आपण भराभर तिसऱ्या ओळीमध्ये त्याचा प्रत्येक अंक (दुसऱ्या ओळीतील) ९ मधून वजा करत जातो व त्याखाली लिहीतो. अंतीमत: आपण आधीच लिहिलेली बेरीज बरोबर येते.

विभाग चार

३९) तुम्हाला २४ माणसांना अशा सहा रेषेंमध्ये उभे करायचे आहे की प्रत्येक रेषेमध्ये पाच माणसे असतील. तर ते कशाप्रकारे करू शकाल?

४०) खालील चित्रातील ९ शुन्यांना अशा प्रकारे फक्त चार रेषेंद्वारा छेद द्यायचा आहे की तुमचा पेन वा पेन्सिल एकदा ही कागदापासून दूर जाणार नाही.



४१) खालील चित्रांमध्ये एक मांजर व १३ उंदीर दाखविले आहेत. सर्व उंदीर एका विशिष्ठ दिशेनेच बघत आहेत. एक उंदीर पांढऱ्या रंगाचा आहे व बाकीचे काळ्या रंगाचे आहेत. मांजरीला सर्व उंदीर खायचे आहेत. पहिला उंदीर खाल्यानंतर ती दुसरा उंदीर १३ वा खाते. जे उंदीर खाल्ले गेले आहेत ते उंदीर मोजत नाही. ज्या दिशेने उंदीर बघत आहेत त्याच दिशेने ती उरलेले उंदीर मोजत जाते व तेरावा उंदीर खाते. जर तिला पांढरा उंदीर सर्वात शेवटी खायचा असेल तर तीने कुठल्या उंदीरपासून खायला सुरूवात केली पाहिजे.





४२) समजा एक मोठी चौकोनी खोली आहे व त्या खोलीमध्ये ६४ चौकोनी फरश्या बसविल्या आहेत. म्हणजेच जमिनीवर ६४ छोटे छोटे चौकोन तयार झाले आहेत. जर दोन भावांना त्या फरश्यांवर निरनिराळ्या प्रकारे बसायचे असेल तर ते किती प्रकारे असे बसू शकतात. प्रत्येक फरशीवर फक्त एक जण व्यवस्थित बसू शकतो.

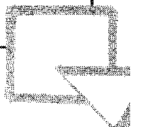
४३) सहा कामगार व त्यांचा मुकादम एक काम दिवसभरात पूर्ण करतात. प्रत्येक कामगारांस ३० रू. मजूरी मिळाली. पण मुकादमास मात्र सर्वांच्या सरासरीपेक्षा १८ रू. जास्त मजूरी मिळाली, तर मुकादमास किती मजूरी मिळाली. (बीजगणिताचा वापर न करता हे कोडे कसे सोडवाल)

४४) एका गॅरेजमध्ये ४० वाहने दुरूस्त करण्यात आली. त्यामध्ये काही चार चाकी गाड्या व काही दुचाकी गाड्या होत्या. त्या ४० वाहनांच्या एकूण चाकांची संख्या १०० होती, तर त्यामध्ये किती चार चाकी वाहने होती ?
(यामध्ये मोटारगाड्यांमध्ये स्टेपनीचा समावेश नाही)
(बीजगणिताचा वापर अपेक्षित नाही)

४५) दोन भावांनी मिळून ४०० बटाट्यांच्या साली काढल्या. मोठा भाऊ एका मिनिटामध्ये तीन बटाटे सोलतो तर धाकटा भाऊ एका मिनटांत २ बटाटे सोलतो. धाकटा भाऊ मोठ्या भावापेक्षा २५ मिनिटे अधिक वेळ काम करीत होता. तर प्रत्येकाने किती वेळ काम केले. (बीजगणितचा उपयोग अपेक्षित नाही.)

४६) अ व ब हे दोन कामगार एक विशिष्ठ काम करतात. अ कामगाराने हेच काम एकट्याने केले तर ब कामगारास तेच काम एकट्याने करण्यास जेवढे दिवस लागतात त्यापेक्षा चार दिवस जास्त लागतात. हेच काम जर अ कामगाराने ब कामगाराने काम सुरू करण्याच्या दोन दिवस आधी सुरू केले व तिसऱ्या दिवसापासून ब सुद्धा तेच काम करू लागला तर हे दोघे उरलेले काम ५ दिवसात पूर्ण करतात. तर प्रश्न हा आहे की अ व ब यांना हेच काम स्वतंत्रपणे पूर्ण करण्यास प्रत्येकी किती दिवस लागतील ?
(हे कोडे सोडविण्यासाठी कुठलेही अपूर्णांक वापरण्याची गरज नाही.)

४७) एक विशिष्ठ अहवाल टाईप करण्यास रमेशला दोन तास लागतात व तोच अहवाल शेखर तीन तासात टाईप करतो. जर दोघांनी मिळून तोच अहवाल कमीत कमी वेळात टाईप करायचा असेल तर त्यांना त्यासाठी किती वेळ लागेल. (बीजगणिताचा उपयोग न करता कोडे सोडवा)





४८) एक माणूस स्वत:च्या घराला रंग देण्याचे काम १.४ दिवसात पूर्ण करतो. जर त्याच्या बायकोने त्यास मदत केली तर ते काम एक दिवसात पूर्ण होते. जर बायकोने हेच काम एकटीने पूर्ण करायचे असेल तर तिला किती दिवस लागतील.

४९) बाबुराव आपल्या गाडीने रोज ४० कि मी लांब असलेल्या कार्यालयात जातात. एके दिवशी खूप वाहने रस्त्यावर आल्यामुळे ते पहिले २० कि मी. अंतर प्रत्येक तासाला २० कि मी या सरासरीने पूर्ण करतात. जर त्यांना संपूर्ण प्रवास ३० कि मी. प्रति तासाला या सरासरीने पूर्ण करायचा असेल तर उरलेले अंतर त्यांना किती वेगाने प्रति तासाला पूर्ण केले पाहिजे.

५०) ३६ लिंबाची किंमत रुपयांत एवढी होते की १६ रूपयांत जेवढे लिंबु मिळतात. तर प्रत्येक डझन लिंबाची किंमत किती आहे ?

५१) एक पँट, एक पट्टा व एक रूमाल यांची एकत्रित किंमत १४० रू. आहे. पँटची किंमत पट्ट्यापेक्षा ९० रु. जास्त आहे. पँट व पट्टा यांची एकत्रित किंमत रूमालापेक्षा १२० रू. जास्त आहे. तर प्रत्येकाची स्वतंत्रपणे किंमत किती आहे ? (बीजगणित न वापरता हे कोडे सोडवायचे आहे.)

५२) जेव्हा मी खरेदीसाठी बाजारांत गेलो होतो, तेव्हा माझ्याकडे सुमारे ७० रुपये होते. यातील काही नोटा १० रूपयांच्या होत्या व उरलेल्या २ रूपयांच्या होत्या. जेव्हा मी घरी परत आलो तेव्हा माझ्याकडे सुरूवातीस जेव्हढ्या २ रूपयांच्या नोटा होत्या तेव्हढ्याच १० रूपयांच्या नोटा होत्या व जेव्हढ्या १० रूपयांच्या नोटा सुरवातीस होत्या तेव्हढ्याच नोटा आता २ रु. च्या होत्या. उरलेले पैसे सुरूवातीच्या पैशांच्या फक्त एक त्रितीआंश होते तर प्रश्न हा आहे की मी किती पैसे खर्च केले.

५३) तांदुळाच्या सहा पिशव्या दुकानात विकायाला ठेवल्या होत्या. त्यांची वजने बाजूला दिली आहेत. एकाने दोन पिशव्या घेतल्या व दुसऱ्याने तीने घेतल्या, पण दुसऱ्याने घेतलेल्या तांदुळाचे एकूण वजन पहिल्याने घेतलेल्या दोन पिशव्यांच्या एकत्रित वजनाच्या दुप्पट होते. प्रश्न हा आहे की कुठली पिशवी विकली नाही गेली.

१५	१९
१६	२०
१८	३१



५४) एका वस्तूचे वजन ४५.५ ग्रॅम आहे. तर अशा दहा लाख वस्तूंचे एकत्रित वजन किती टन होईल.

५५) पूर्णपणे मध असलेल्या बाटलीचे वजन ५०० ग्रॅम आहे. त्याच बाटलीत जर रॉकेल भरले तर त्यांचे वजन ३५० ग्रॅम होते. जर मधाचे वजन रॉकेलच्या वजनाच्या दुप्पट असेल तर रिकाम्या बाटलीचे वजन किती ? (बीजगणित न वापरता सोडवणे)

५६) मी काल माझे भिंतीवरचे घड्याळ आणि गजर वाजविणारे घड्याळ एकाच वेळी खरी वेळ दाखवितीस अशा तऱ्हेने आयोजित केली. माझे भिंतीवरचे घड्याळ दर तासाला २ मिनिटे मागे पडते तर गजर वाजविणारे घड्याळ दर तासाला १ मिनिटे पुढे जाते. आज काही कारणामुळे दोन्ही घड्याळे एकाच वेळेस बंद पडली. भिंतीवरचे घड्याळ सकाळचे सात व गजराचे घड्याळ सकाळचे आठ दाखवित होते. प्रश्न हा आहे की मी काल किती वाजता दोन्ही घड्याळे सेट केली होती ?

५७) दोन सायकल स्वारांची आपापसांत स्पर्धा झाली. त्यांना २४ कि. मी. अंतरापर्यंत जाऊन परत मुळच्या जागी यायचे होते. पहिल्या सायकलस्वाराने जाण्याचे व परत येण्याचे अंतर ताशी २० कि. मी या वेगाने सारख्याने पार पाडले. दुसऱ्याने जातांना ताशी २४ कि. मी या वेगाने अंतर पार पाडले व परत येताना तासाला १६ कि.मी या वेगाने अंतर पार पाडले. पहिल्या सायकलस्वाराने स्पर्धा जिंकली. पण असा वाटत की दुसरा सायकलस्वार पहिल्या बरोबरच अंतिम ठिकाणी पोहचला पाहिजे. मग दुसरा सायकलस्वार स्पर्धा का हरला. ?

५८) शिक्षकांनी मुलांना विचारले की जर एक मीटर उंची, लांबी व रूंदी असलेल्या घनाचे एक मिलीमीटर एवढ्या लांबीचे छोटे छोटे घन केले व ते एकावर एक याप्रमाणे ठेवले तर त्यांची एकूण उंची किती होईल ? ही उंची एफेल टॉवर की एव्हरेस्ट पर्वत यांच्या उंचीपेक्षा जास्त असेल ?

५९) एका दुधाच्या भांड्यामध्ये चार लिटर दुध आहे. अडीच व दिड लिटर आकार असलेली अजून दोनच रिकामी भांडी आहेत. जर हे दुध दोन मित्रांना प्रत्येकी दोन लिटर वाटून घ्यायचे असेलतर ते कसे घेतले जाईल ?

६०) तीन सैनिकांना मगरी असलेल्या नदीच्या पलीकडे जायचे होते. पण त्यासाठी नदीवर पूल उपलब्ध नव्हता. लहान नाव असलेल्या दोन लहान मुलांनी त्यांना मदत करण्याचे मान्य केले. पण त्यांच्याकडील नाव एवढी लहान होती की एका वेळेस फक्त एकच सैनिक त्या नावेने प्रवास करू शकत होता. एक सैनिक व एक लहान मुलगा जर नावेत बसले तर नाव बुडाली असती. तरी सुद्धा त्या तिघांनी नदी पार केली. तर ती कशी केली असेल.

६१) हे एक जुने कोडे आहे. एका वडिलांनी त्यांच्याकडील गायींची वाटणी पुढील प्रमाणे केली. पहिल्या मुलास एक गाय व उरलेल्या गायींपैकी $\frac{१}{७}$ गायी दिल्या. दुसऱ्या मुलास दोन गायी व उरलेल्या गायींपैकी $\frac{१}{७}$ गायी दिल्या. याप्रमाणे तिसऱ्यास तीन गायी व उरलेल्या पैकी $\frac{१}{७}$ गायी दिल्या अशाप्रकारे शेवटच्या मुलास गायी दिल्यानंतर त्यांच्याकडे एकही गाय उरली नाही. तर त्यास किती मुले व किती गायी होत्या ?

६२) स्काउट ग्रुपची मुले कॅम्पसाठी जंगलात गेली होती. त्यातील दोन मुलांनी जेवणासाठी २०० व ३०० ग्रॅम तांदुळ प्रत्येकी एकत्र केले. तेवढ्यात तिसरा मुलगा आला व त्याने सांगितले की माझ्याकडे तांदुळ नाहीत, पण त्या ऐवजी मी ५० रूपये देईल. आता प्रश्न हा आहे की हे पैसे पहिल्या दोन मुलांनी कशा प्रकारे वाटून घ्यायचे आहेत ? (तिघांनी समप्रमाणात भात खाल्ला आहे)

६३) पाच सफरचंद सहा जणात सारख्या प्रमाणात वाटायचे आहेत. पण कुठल्याही सफरचंदाचे तीन पेक्षा जास्त तुकडे करायचे नाहीत. तेव्हा या सफरचंदाची वाटणी कशी कराल ?

६४) बुद्धीबळाबाबत असलेली दंतकथा

बुद्धीबळाचा खेळ प्राचीन भारतात शोधण्यात आला होता. त्याकाळच्या राजाला जेव्हा समजले की प्रजेतील सामान्य माणसाने हा उत्कृष्ठ खेळ शोधून काढला आहे, तेव्हा त्याने त्यास मोठे बक्षीस देण्याचे ठरविले. राजाने जेव्हा त्या माणसास विचारले की तुला काय बक्षीस हवे आहे. तेव्हा त्याने सांगितले की मला तुम्ही बुद्धीबळाच्या पहिल्या घरासाठी गव्हाचा एक दाणा द्या. नंतर दुसऱ्या घरासाठी दोन दाणे, तिसऱ्या घरासाठी चार दाणे व याप्रमाणे पुढील प्रत्येक घरासाठी आधीच्या घराच्या दुप्पट गव्हाचे दाणे द्या. (बुद्धीबळामध्ये एकूण ८×८ = ६४ घरे असतात.) राजाने हे उत्तर ऐकल्यावर सांगितले की अरे मागून मागून येवढे थोडेच मागितले. मी एवढा श्रीमंत राजा आहे व तु फक्त गहू मागितले. हरकत नाही. मी तशी आज्ञा आपल्या कोष अधिकाऱ्यास देतो.

नंतर संध्याकाळी राजाने त्या अधिकाऱ्यास विचारले की त्या माणसास गहू देऊन झाले का. अधिकाऱ्याने सांगितले की आपले गणिती तज्ञ किती गहू द्यायचे ते मोजत आहेत,मोजून झाल्यावरच गहू देण्यात येतील. दुसऱ्या दिवशी अगदी सकाळीच गणिती तज्ञ राजास भेटावयास गेला व म्हणाला की'' राजेसाहेब, या गव्हाची संख्या येवढी मोठी आहे की आपल्या राज्यातला सर्व गहूसुद्धा त्यासाठी अपूरा पडेल. एवढेच नव्हे तर सर्व जगात फक्त गहूच पिकविला तरी सुद्धा तो गहू बक्षिसासाठी अपूरा पडेल.'' राजाला हे उत्तर ऐकून मोठा धक्काच बसला.

त्याने विचारले की असे किती गव्हाचे दाणे आपण त्यास देणे लागतो. त्या गणिती तज्ञाने सांगितले की,

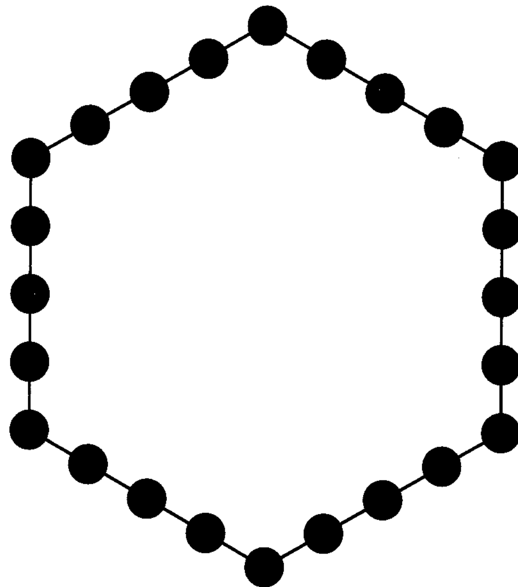
''१८,४४६,७४४,०७३,७०९,५५१,६१५' हा आकडा म्हणजे किती मोठा आहे, हे समजण्यासाठी आपण असे म्हणू शकतो की एक कोटी नव्हे, दोन कोटी नव्हे तर १८,०००,००० लाख कोटींपेक्षा ही संख्या मोठी आहे. (आपणास माहीत आहे की, सुर्याचे पृथ्वीपासूनचे अंतर १५ कोटी किलो मीटर आहे.)

६५) दोन पूर्णांकांचा उपयोग करून सर्वात लहान धन पूर्णांक लिहा.

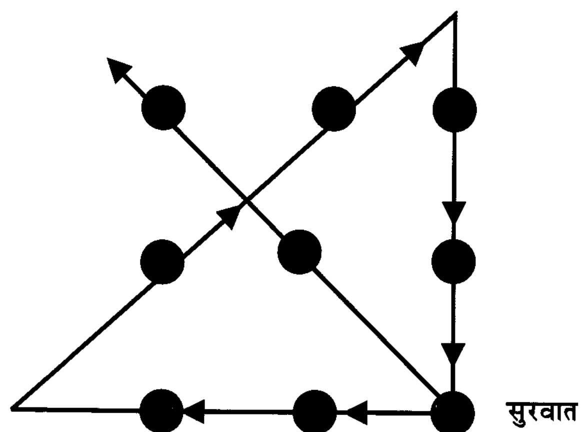
६६) चार वेळा एक या आकड्यांचा वापर करून सर्वात मोठी संख्या लिहा.

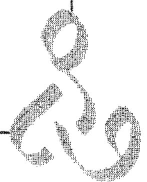
उत्तरे
विभाग चार

३९)



४०)







४१) मांजरीने पांढऱ्या उंदीरापासून सहाव्या असलेल्या उंदीरास प्रथम खाल्ले तर पांढरा उंदीर सर्वात शेवटी खाल्ला जाईल.

४२) प्रत्येक चौकोनी लादीसाठी उरलेल्या ६३ लाद्या उपलब्ध आहेत.
म्हणून ६४ × ६३ = ४०३२

४३) आपण जर मुकादमास मिळालेल जादा १८रू. सहा कामगारांत वाटले तर आपणास सातही जणांची सरासरी मजूरी काढता येते. ६ कामगारांना आधी ३०रू. प्रत्येकी व हे ३रू. प्रत्येकी मिळाले व मुकादमास सर्वांच्या सरासरी एवढे मिळालेच आहेत. म्हणून मुकादमास ३३रू + १८रू मिळाले, उत्तर =५१ रूपये

४४) ३० वाहने दुचाकी व १० वाहने चारचाकी

४५) धाकट्या भावाने एकट्याने २५ मिनीटात ५० बटाटे सोलले. म्हणून ४०० - ५० = ३५०. ३५० बटाटे दोघांनी एका मिनीटात ५ बटाटे या वेगाने सोलले. म्हणून त्या दोघांस यासाठी ७० मिनीटे लागले. मोठा भाऊ ७० मिनीटे व धाकट्याने ९५ मिनीटे काम केले. आपण उत्तर बरोबर आहे की नाही ते तपासूया.
७० × ३ + ९५ × २ = ४००

४६) समजा हेच काम अ आणि ब ने स्वतंत्रपणे अर्धेच केले तर अ ला ब पेक्षा २ दिवस जास्त लागतात. आपल्या कोड्यामध्ये अ ने २ दिवस काम एकट्यानेच केले व नंतर दोघांनी मिळून ते काम पूर्ण केले. म्हणून त्या दोघांनी हे काम प्रत्येकी अर्धे केले. ब ने अर्धे काम करण्यास ५ दिवस व अ ने ७ दिवस घेतले. पूर्ण कामास अ ला १४ दिवस व ब ला १० दिवस लागतात.

४७) रमेश तो अहवाल एका तासात $\frac{१}{२}$ भाग टाईप करतो व शेखर $\frac{१}{३}$ भाग टाईप करतो. म्हणजे दोघे मिळून $\frac{५}{६}$ भाग एका तासात टाईप करतात. जर पाच भागास ६० मिनीटे लागतात, तर एका भागास १२ मिनीटे लागतील म्हणून अहवालाच्या $\frac{५}{६}$ भागासाठी एक तास व उरलेल्या $\frac{१}{६}$ भागासाठी १२ मिनीटे लागतील एकूण ७२ मिनीटात तो अहवाल पूर्ण होईल.

४८) तो माणूस एका दिवसांत $\frac{५}{७}$ काम करतो. ते काम दोघांनी एका दिवसात पूर्ण केल्यामुळे बायकोने $\frac{२}{७}$ एवढे काम एका दिवसात केले. जर बायको एका दिवसात $\frac{२}{७}$ काम करते तर पूर्ण काम $\frac{७}{२}$ दिवसात करील.

४९) बाबूरावांना पहिल्या २० किमीसाठी एक तास लागला. संपूर्ण प्रवास ३० कि.मी.

सरासरीने पूर्ण करावयास त्यांना $\frac{४०}{३०}$ तास लागणार = $१\frac{१}{३}$ तास.

याचाच अर्थ उरलेल्या $\frac{१}{३}$ तासात त्यांना २० किमी पूर्ण करायचे आहे. त्यांना जर प्रति तासाला ६० किमी या वेगाने उरलेले अंतर पार पाडले तर त्यांना आणखी $\frac{१}{३}$ तासात कार्यालयात जात जाईल.

५०) ३६ लिंबांना एकूण पैसे खालीलप्रमाणे पडतील

३६ × एका लिंबाची किंमत

१६ रूपयांत $\frac{१६}{\text{एका लिंबाची किंमत}}$ एवढे लिंबू मिळतील.

म्हणून ३६ × एका लिंबाची किंमत = $\frac{१६}{\text{एका लिंबाची किंमत}}$

एका लिंबाची किंमत × एका लिंबाची किंमत = $\frac{१६}{३६}$

(एका लिंबाची किंमत)^२ = $(\frac{४}{६})^२$

एका लिंबाची किंमत = $\frac{४}{६}$ रूपये

एक डझन लिंबासाठी १२ × $\frac{४}{६}$ रूपये लागतील = ८ रूपये

३६ लिंबांची किंमत = २४ रू

१६ रूपयात लिंबू मिळतात = २४

५१) जर १४० मधून आपण पँट व पट्टा यांची एकत्रित किंमत वजा केली तर आपणास दोन रूमालाची किंमत मिळते.

म्हणून १४० - १२० = २०.

म्हणून एका रूमालांची किंमत १०रू.

म्हणून पँट व पट्टा यांची एकत्रित किंमत १३०रू.

आता १३० मधून पँटची किंमत वजा केली तर आपणास दोन पट्ट्यांची किंमत मिळते.

१३० - ९० = ४०

एका पट्ट्यांची किंमत = २०रू

एका पँटची किंमत = ११०रू

एका रूमालाची किंमत = १०रू

५२) समजा क्ष नोटा १० रूपयाच्या आहेत व य नोटा २ रूपयाच्या आहेत

म्हणून

सुरूवातीचे पैसे = क्ष × १० + य × २

उरलेले पैसे = य × १० + क्ष × २

$$\text{उरलेले पैसे} = \frac{\text{सुरूवातीचे पैसे}}{३}$$

$$१०\text{य} + २\text{क्ष} = \frac{१०\text{क्ष} + २\text{य}}{३}$$

$$३०\text{य} + ६\text{क्ष} = १०\text{क्ष} + २\text{य}$$

$$२८\text{य} = ४\text{क्ष}$$

$$\text{य} = \frac{४\text{क्ष}}{२८} = \frac{\text{क्ष}}{७}$$

जर क्ष ची किंमत सातपेक्षा कमी धरली तर य ची किंमत अपूर्णांक होते. नोट अर्धवट असू शकत नाही. म्हणून प्रथम आपण क्ष ची किंमत ७ धरून बघू या की सुरवातीचे पैसे किती होतात. य ची किंमत तेव्हा एक होती.

सुरूवातीचे पैस = १०क्ष + २य

= १० × ७ + २ × १

= ७० + २

= ७२

आपल्या कोड्यामध्ये सांगितल्याप्रमाणे एवढेच पैसे आहेत.

उरलेले पैसे १० × १ + ७ × २ = २४

२४रू. सुरूवातीच्या पैशांच्या $\frac{१}{३}$ आहेत.

५३) १५ + १८ = ३३

१६ + १९ + ३१ = ६६

२० किलोची पिशवी विकली नाही गेली

५४) १ वस्तूचे वजन = ४५.५ ग्रॅम

१० वस्तूचे वजन = ४५५ ग्रॅम

१०० वस्तूचे वजन = ४५५० ग्रॅम

पण १००० ग्रॅम = १ किलो ग्रॅम

म्हणून १०० वस्तूंचे वजन = ४.५५० किलो

१००० वस्तूंचे वजन = ४५.५० किलो
१०,००० वस्तूंचे वजन = ४५५ किलो
१,००,००० वस्तूंचे वजन= ४५५० किलो
१०,०००,०० वस्तूंचे वजन= ४५५०० किलो
पण १ टन म्हणजे १००० किलो. ४५५०० ÷ १००० = ४५.५
म्हणून १० लाख वस्तूंचे वजन = ४५.५ टन

५५) बाटलीतील मधाचे वजन रॉकेलच्या वजनाच्या दुप्पट आहे. म्हणून ५०० ग्रॅम मधून रॉकेल असलेल्या बाटलीचे वजन वजा केले तर आपणास फक्त बाटलीतल्या रॉकेलचे वजन मिळते.
५०० - ३५० = १५० ग्रॅम
जर बाटलीतील रॉकेलचे वजन १५० ग्रॅम आहे तर बाटलीचे वजन
३५० ग्रॅम - १५० ग्रॅम = २०० ग्रॅम
आता ५०० - २०० = ३०० ग्रॅम फक्त मधाचे वजन
हे वजन रॉकेलच्या वजनाच्या दुप्पट आहे.

५६) भिंतीवरचे घड्याळ २ मिनीटे मागे व गजराचे घड्याळ १ मिनीट पुढे दर तासाला जात असल्यामुळे दर तासाला त्यांच्यामधील वेळेचा फरक तीन मिनीटे पडत होता. घड्याळ एकाच वेळेला बंद झाली तेव्हा त्यांच्यामध्ये ६० मिनीटांचा फरक होता. जर ३ मिनीटे फरक १ तासात, तर ६० मिनीटे फरक २० तासात पडला. म्हणून ही घड्याळे २० तासापूर्वी सेट केली होती. गजराचे घड्याळ २० तासात २० मिनीटे पुढे गेले. म्हणून आता खरी वेळ सकाळची ७ वाजून ४० मिनीटे. म्हणून २० तास जर आपण मागे गेलो तर ही घड्याळे आदल्या दिवशी सकाळी ११ वाजून ४० मिनीट वाजता सेट केली होती.

५७) पहिल्या सायकलस्वारने ४८ कि. मी. अंतर ताशी २० कि. मी. वेगाने पार पाडले. म्हणून त्यास त्यासाठी एकूण वेळ २ तास व $\frac{४}{१०}$ तास लागला. दुसऱ्या सायकलस्वाराने पहिले २४ कि. मी. अंतर १ तासात व दुसरे २४ कि.मी अंतर दिड तासात पार पाडले. पहिल्याने एकूण २ तास व २४ मिनीटे घेतली तर दुसऱ्याने २ तास ३० मिनीटे घेतली. म्हणून दुसरा हरला. सरासरी काढल्यावर दोघांचे वेग समान वाटतात. पण दुसरा तुलनेने कमी वेळ जास्त वेगाने धावला व जास्त वेळ कमी वेगाने धावला.

५८) घनाच्या उंची, लांबी व रूंदीचे जर प्रत्येकी १००० तुकडे केले तर आपल्याला १ घन मिलीमीटरचे तुकडे मिळतील. म्हणून १ घन मीटर मध्ये १००० × १००० × १००० एवढे घन मिलीमीटर आकाराचे तुकडे

मिळतील. हे जर एकावर एक असे सर्व लावले तर त्यांची उंची १०००,०००,००० एवढी मिलीमीटर होईल. म्हणजेच ती उंची १,०००,००० मीटर होईल. म्हणजेच ती उंची १००० किलोमीटर होईल. ही उंची जगातील सर्वात उंच असलेल्या एव्हरेस्ट पर्वताच्या १०० पटीपेक्षा अधिक उंच आहे.

५९) उगड आहे की एका भांड्यातून दुसऱ्या भांड्यात दूध घेऊन व असे अनेक वेळा करून दुधाची वाटणी प्रत्येकी २ लिटर होईल. खालीलप्रमाणे असे करता येईल.

दूध ओतणे	४ लीटरचे भांडे	१$\frac{१}{२}$ लीटरचे भांडे	२$\frac{१}{२}$ लीटरचे भांडे
१	१$\frac{१}{२}$	—	२$\frac{१}{२}$
२	१$\frac{१}{२}$	१$\frac{१}{२}$	१
३	३	—	१
४	३	१	—
५	$\frac{१}{२}$	१	२$\frac{१}{२}$
६	$\frac{१}{२}$	१$\frac{१}{२}$	२
७	२	—	२

अशा प्रकारे ७ वेळा दूध एका भांड्यातून दुसऱ्या भांड्यात ओतावे लागेल.

६०) नावेच्या खालील सहा खेपांद्वारे तीन सैनिकांनी ती नदी पार केली

पहिली खेप :- दोन्ही लहान मुले नदीच्या दुसऱ्या बाजूला गेली व एकाने नाव परत आणली
दुसरी खेप :- पहिल्या सैनिकाने एकट्याने नदी पार केली व लहान मुलाने ती नाव परत आणली
तिसरी खेप :- दोन्ही लहान मुले पलीकडे गेली व एकाने ती नाव परत आणली.
चौथी खेप :- दुसऱ्या सैनिकाने नदी पार केली व लहान मुलाने ती नाव परत आणली
पाचवी खेप :- वरील तिसऱ्या खेपेनुसार
साहवी खेप :- तिसऱ्या सैनिकाने नदी पार केली व लहान मुलाने ती परत मुळ किनारी आणली
अशा रितीने तिघांनी नदी पार केली व नाव सुरूवातीच्या किनाऱ्यास दोन्ही मुलांसकट आली.

६१) आपणास अशी ७ च्या पटीमधील संख्या शोधून काढावी लागेल की ज्यामधून प्रत्येक मुलाच्या हिस्स्यानुसार गायी वजा केल्यानंतर उरलेल्या गायीसुद्धा ७ ने भागितल्या गेल्या पाहिजेत. अर्थात शेवटच्या मुलाला फक्त त्याच्या क्रमांकानुसार गायी मिळणार आहेत. त्याचप्रमाणे अगदी पहिल्या मुलास प्रथम एक गाय द्यायची असल्यामुळे या गृहीत धरलेल्या अंकामध्ये एक मिळवावा लागेल. सातच्या पटीत १४, २१, २८, ३५, ४२

येतात व त्यामध्ये आपण एक मिळवायचा आहे. आपण ३५ + १ = ३६ अशा गायी गृहीत धरल्या तर खालील प्रमाणे हिस्सा मिळतो.

उरलेल्या गायी	क्रमांकानुसार गायी	उरलेल्याच्या $\frac{१}{७}$ गायी	अंतीमत: उरलेल्या गायी
३६	१	५	३०
३०	२	४	२४
२४	३	३	१८
१८	४	२	१२
१२	५	१	६
६	६	—	—

आपण उरलेल्या कुठल्याही ७ च्या पटीतील संख्या + १ बरोबर वरीलप्रमाणे वाटणी करून बघितल्या ते अशक्य आहे हे समजते. त्याप्रमाणे कुणासही असलेल्या मुलांच्या संख्येला मर्यादा आहेत, म्हणून जास्त मोठी संख्या असणे असंभव आहे. सहा मुलांपैकी प्रत्येक मुलास ६ गायी मिळाल्या एकूण गायी ३६ होत्या.

६२) सर्वसाधारणपणे असे उत्तर दिले जाते की हे पैसे २० व ३० रूपये याप्रमाणे पहिल्या दोघांनी वाटून घ्यावे. पण येथे हे अपेक्षित आहे की तिघांनी जेवणासाठी आलेल्या खर्चाचा समान प्रमाणात हिस्सा सहन करावा ५०० ग्रॅम तांदूळ तिघांनी प्रत्येकी $\frac{५००}{३}$ एवढा ग्रॅम खाल्ला पण पहिल्याने २०० ग्रॅम व दुसऱ्याने ३०० ग्रॅम तांदूळ या जेवणासाठी दिले आहेत.

$२०० - \frac{५००}{३}$ = पहिल्याने दिलेला जादा तांदूळ

$३०० - \frac{५००}{३}$ = दुसऱ्याने दिलेले जादा तांदुळ

म्हणून पहिल्याने $\frac{१००}{३}$ ग्रॅम व दुसऱ्याने $\frac{४००}{३}$ ग्रॅम तांदुळे तिसऱ्यासाठी दिले आहेत. त्याचे प्रमाण असे आहे.

$\frac{१००}{३} : \frac{४००}{३}$ म्हणजेच १ :४

म्हणून ५० रूपयाचे पाच भाग करावे लागतील. म्हणून पहिल्यास दहा रूपये तर दुसऱ्यास ४० रू. मिळतील

६३) पहिल्या तीन सफरचंदाची प्रत्येकी २ समान भाग करावेत म्हणजे ६ भाग आपणास मिळतील. म्हणून प्रत्येकास अर्धे सफरचंद मिळेल व उरलेल्या दोन सफरचंदाची प्रत्येकी तीन समान भाग करावेत व उरलेल्या प्रत्येकास एकेक भाग द्यावा. याप्रमाणे प्रत्येकास $\frac{१}{२} + \frac{१}{३}$ सफरचंद मिळेल.

६४) खूपजण सांगतील की असा पूर्णांक १० आहे. परंतू हा अंक १ आहे. कारण तो आपण असा लिहू शकतो.
$\frac{१}{१}, \frac{२}{२}, \frac{३}{३}, \frac{४}{४}$, असे $\frac{९}{९}$ पर्यंत

६५) नेहमी १,१११ हा अंक सांगितला जातो. परंतू $११^{११}$ ही सर्वात मोठी संख्या आहे.

विभाग पाच

६७) नातू आजोबांना विचारतो की तुमचा मुलगा किती वयाचा आहे. आजोबा सांगतात ''तुझे वय दिवसांमध्ये जेव्हढे आहे, तेवढ्याच आठवड्यांचा माझा मुलगा आहे'' नातू विचारतो'' माझे वय किती आहे.'' आजोबा सांगतात'' माझे वय वर्षांमध्ये जेवढे आहे तेवढ्याच महिन्यांमध्ये तुझे वय आहे.'' नातू विचारतो'' तुमचे वय किती आहे ?'' आजोबा सांगतात'' आपण तिघे मिळून १०० वर्षांचे आहोत.''
आता ओळखा प्रत्येकाचे वय किती आहे.

६८) दोन वर्षानंतर माझा मुलगा एवढ्या वयाचा होईल की त्याचे जे वय दोन वर्षापूर्वी होते त्याच्या दुप्पट वय तेव्हा असेल. माझी मुलगी तीन वर्षानंतर ऐवढ्या वयाची होईल की तीन वर्षापूर्वी तीचे जे वय होते त्याच्या तीनपट वय तेव्हा तीचे असेल. या दोघांपैकी कोण मोठे आहे ?

६९) माझा मुलगा आता माझ्या वयाच्या एक त्रितीआंश आहे. मात्र पाच वर्षांपूर्वी तो माझ्या त्या वेळेच्या वयाच्या एक चतूर्थांश होता तर त्यांचे वय किती ?

७०) एक माणसाला त्याचे वय विचारल्यानंतर त्याने सांगितले की अजून तीन वर्षानंतरच्या माझ्या वयाच्या तिप्पटीमधून माझ्या तीन वर्षापूर्वीच्या वयाची तिप्पट एवढी संख्या वजा केल्यानंतर जे उरते तेवढे माझे वय आहे. तर माझे वय किती ?

७१) तीन जण आपापसात बुद्धीबळाचे तीन डाव खेळले. तर प्रत्येकजण बुद्धीबळाचे किती डाव खेळला ?

७२) एक गोगलगाय १५ मीटर उंचीच्या बांबुवर चढत होती. ती दिवसभरात रोज ५ मीटर वरती चढत असे, पण रोज रात्री ४ मीटर खाली घसरत असे तर किती दिवसात ती बांबुच्या वरच्या टोकावर जाईल ?

७३) एक शेतकरी शहराकडे जाण्यास निघाला. त्याने त्यापैकी अर्धे अंतर मोटरसायकलने पार पाडले. मोटारसायकलचा वेग त्याच्या चालण्याच्या वेगापेक्षा १५ पटीने जास्त होता. नंतर उरलेले अंतर त्याने बैलगाडीने पार पाडले. मात्र बैलगाडीचा वेग त्याच्या चालण्याच्या अर्धाच होता. तर प्रश्न हा आहे की त्याने संपूर्ण अंतर जर चालत पार पाडले असते तर जेवढा वेळ लागला असता त्याच्याशी तुलना करता त्याने किती वेळ वाचविला आहे ?

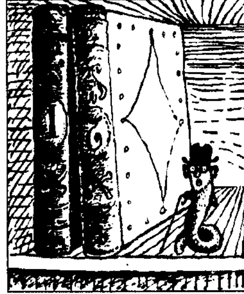
७४) एक मित्र त्याच्या शाळेतल्या मित्राला म्हणाला की मला एक आंबा दे म्हणजे माझ्याकडे तुझ्यापेक्षा दुप्पट आंबे होतील. त्याचा मित्र त्याला म्हणाला त्यापेक्षा तुच मला एक आंबा दे म्हणजे माझ्याकडे तुझ्याएवढेच आंबे होतील. तर दोघांकडे किती आंबे होते ?

७५) एका कव्हर घातलेल्या पुस्तकांची किंमत २५०रु. आहे. पण नुसत्या पुस्तकांची किंमत कव्हरपेक्षा २०० रुपयांनी जास्त आहे. तर त्या कव्हरची किंमत किती ?

७६) एक बॉक्समध्ये पायमोजांच्या दहा जोड्या लाल रंगाच्या व तेवढ्याच जोड्या काळ्या रंगाच्या आहेत. कमीत कमी किती मोजे मी न बघता बॉक्समधून काढले पाहिजेत की मला समान रंगाची जोडी नक्की उपलब्ध होईल ?

७७) पण वरील बॉक्समध्ये पाय मोजांच्या ऐवजी हातमोजे असते तर कमीत कमी किती हातामोजे मी न बघता बाहेर काढले पाहीजेत की मला एका रंगाची जोडी नक्की मिळेल ?

७८) खालील चित्रातील दोन ग्रंथाना एका किड्याने खाल्ले आहे व ग्रंथ खराब केले आहेत. त्या किड्याने नंबर एकच्या ग्रंथाच्या पहिल्या पानाच्या पुढून ते दुसऱ्या ग्रंथाच्या शेवटच्या पानाच्या अलिकडे पर्यंत खाल्ले आहे. जर प्रत्येक ग्रंथाची ४०० पाने असतील, तर किड्याने किती पाने खराब केली आहेत ? प्रश्न कठीण नाही, पण एक खुबी आहे.



७९) एका माणसास सात मित्र आहेत. त्यापैकी पहिला मित्र रोज त्यास भेटावयास येतो, दुसरा दर दुसऱ्या दिवशी (दिवसाआड) भेटावयास येतो, तिसरा दर तिसऱ्या दिवशी चौथा दर चवथ्या दिवशी, पाचवा दर पाचव्या दिवशी, सहावा दर सहाव्या आणि सातवा दर सातव्या दिवशी त्यास भेटावयास यायचे
प्रश्न हा आहे की ते सात मित्र दोन वर्षांत किती वेळा एकाच दिवशी (सर्व एकत्र) या माणसाकडे येतील ?

८०) वरील कोड्यातील आठ जण जेव्हा एकमेकांना भेटतात तेव्हा प्रत्येक जण दुसऱ्या जण बरोबर एकदा हात मिळवितो. तरी अशी हातमिळवणी (शेक हँडस्) किती वेळा होते ?



८१) एका विटेचे वजन चार किलो आहे. जर आपण त्याच पदार्थाची खेळण्यातील विट बनविली व जर तिची प्रत्येक बाजू वरच्या विटेपक्षा चार पटीने लहान आहे, तर तिचे वजन किती असेल ?

८२) चित्रातील माणसाने किती मासे पकडले आहेत ?



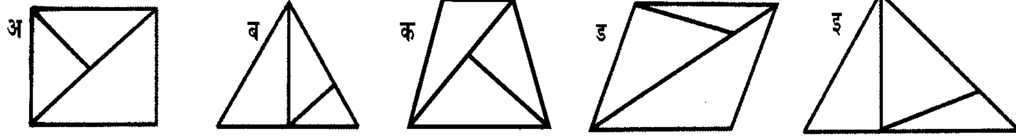
८३) चित्रातील वाघांबरोबर अजून काय दिसत आहे ? चित्रकाराची कमाल आहे ना ?



८४) जर कारखान्यातील चार कामगार चार पेट्या चार मिनीटात भरू शकतात, तर १०० पेट्या १०० मिनीटात भरण्यासाठी किती कामगार लागतील ?

८५) जर तुमच्याकडे वाळूची दोन घड्याळे आहेत. त्यातील एक चार मिनीटाचे आहे व दुसरे तीन मिनीटांचे आहे तर या दोन घड्याळ्यांच्या आधारे तुम्ही पाच मिनीटांचा काळ बरोबर कसा मोजू शकाल ?

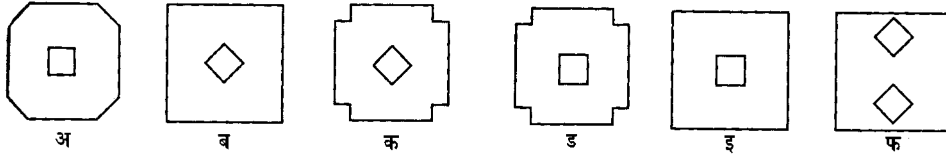
८६) खालील चित्रातील एका आकृतीमध्ये अशी एक बाब नाही की जी उरलेल्या सर्व आकृतीमध्ये आहे. ती आकृती कोणती



८७) खाली जे आकडे दिले आहेत ते कुठल्या तरी एका समान गुणधर्मावर आधारित आहेत. फक्त एकच संख्या या गुणधर्मावर आधारित नाही. तर ती कुठली ?

१७, २९, ६१, ७९, ९७, १३३, १८१, २११

८८) असे समजा की कागदाच्या एका चौकोनी आकाराच्या तुकड्याला एका कर्णावर (डायगोनल) प्रथम दुमडले. नंतर या त्रिकोणाच्या पायाचे दोन्ही टोक पुन्हा एकदा एकमेकांजवळ आणले व नंतर त्यांच्या तिन्ही टोकाला कात्रीने समान रितीने कापले आणि तो कागद पूर्णपणे उलगडला तर खालील चित्रातील सहापैकी कोणता आकार त्या कागदाचा होईल ?



८९) खालील साखळीतील पुढील संख्या कोणती येईल ?

१४३, १२०, ९९, ८०, ६३, ?

९०) जर अ + २ब > अ - २ब

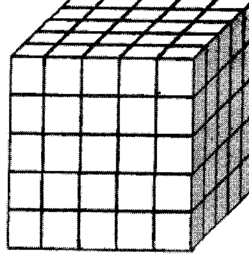
तर खालील पैकी कोणते विधान योग्यपणे वरील समीकरणास लागू पडते.

अ) अ > ० ब) ब > ० क) अ > ब ड) अ < ० इ) ब < ० ई) ब > अ

९१) साखळीतील पुढील संख्या ओळखा

१२०, ३०, १०, ५, ?

९२) चित्रातील घनाला जर बाहेरून सर्व बाजूंना रंग दिला व चित्रात दाखविल्याप्रमाणे कापला तर असे किती घन निघतील की ज्यांची एकसुद्धा बाजू रंगवलेली नाही ?



९३) खालील साखळीतील पुढील संख्या कोणती.

३०, २०, १२, ६, ?

९४) माधुरी एका परीक्षेला बसली होती. परीक्षेत एकूण प्रश्न ५० होते. प्रत्येक बरोबर असलेल्या उत्तरासाठी २ गुण होते व प्रत्येक चुकीच्या उत्तरासाठी एक गुण कापला जात होता. जर तिला ७० गुण मिळाले असतील तर किती उत्तरे चुकीची दिली ?

९५) पुढील साखळीतील शेवटी कुठला आकडा येईल ?

२, ३, १०, १५, २६, ३५, ५०, ?

९६) मित्रांचा एक गट जेवणासाठी हॉटेलमध्ये गेला. तेथे एकूण बील ४०० रु आले. पण जेव्हा बील देण्याची वेळ आली तेव्हा तीन जणांनी सांगितले की त्यांचा हिस्सा ते नंतर देतील. परिणामी उरलेल्या मित्रांना प्रत्येकी ३० रु जास्त द्यावे लागले तर त्या गटामध्ये सुरवातीस किती मित्र होते ?

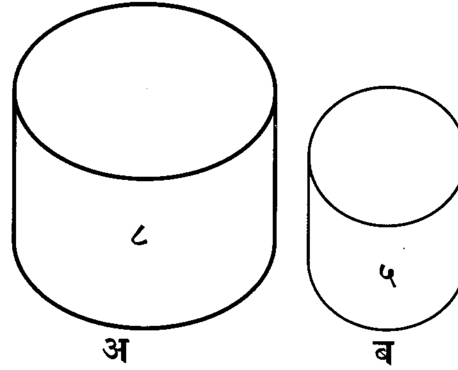
९७) एका ग्लासमध्ये २/९ एवढ्या जागेत एक द्रव औषध आहे. त्याच आकाराच्या दुसऱ्या ग्लासमध्ये २/७ एवढ्या जागेमध्ये तेच द्रव औषध आहे. आता त्या दोन्ही ग्लास मध्ये पाणी ओतले व ते ग्लास पूर्ण भरले. आता एका मोठ्या भांड्यात ते दोन्ही ग्लास रिकामे केले. (म्हणजे एकत्र केले) तर आता पाणी व औषध यांचे प्रमाण किती आहे ?

९८) एक हौद अ या नळाद्वारे ४ तासात पूर्ण भरला जातो. तोच हौद ब या नळाद्वारे ६ तासात पूर्ण भरला जातो व क या नळाद्वारे ८तासात पूर्णपणे रिकामा होतो. जर हे सर्व नळ एकाच वेळेस सुरू केले तर हौद भरायला किती वेळ लागेल ?

९९) वसंत व मधू त्यांच्या लांब असलेल्या शाळेत पायी जात असे. पण एके दिवशी वसंतने अर्धे अंतर पायी व नंतरचे अर्धे अंतर धावत जाऊन शाळा गाठली. मधूने मात्र त्या दिवशी हे अंतर अर्धा वेळ चालत जात व नंतरच्या अर्ध्या वेळेत (एकूण लागलेल्या वेळेच्या अर्धा वेळ) धावत जाऊन शाळा गाठली. ते दोघेही समान वेगाने चालतात व धावतात. प्रश्न असा आहे की ते दोघे एकत्र शाळेत पोहचतील की कोणी आधी पोहचेल. केवळ उत्तर अपेक्षित नाही तर याबाबत काही पुरावा दिला पाहीजे.

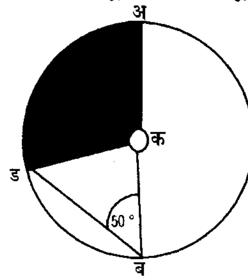
१००) अच्यूत त्याच्या कारखान्याकडे जाताना पाच किमी प्रति तास या वेगाने जातो व घरी येताना मात्र १० किमी प्रति तास या वेगाने येतो. या दोन्ही प्रवासांसाठी त्याला एक तास एकूण लागतो. तर कारखाना घरापासून किती लांब आहे?

१०१) तुमच्याकडे फक्त ८ व ५ लिटर आकारमानाच्या दोन रिकाम्या बादल्या आहेत.जर तुम्हाला फक्त एक लिटर आकारमानाचे पाणी प्राप्त करायचे असेल तर ते तुम्ही फक्त या दोन बादल्यांचा उपयोग करून कसे प्राप्त कराल?



१०२) जर आठ धन पण विषम संख्याची सरासरी ५० येत असेल तर जास्तीत जास्त मोठी कुठली विषम संख्या असु शकेल?

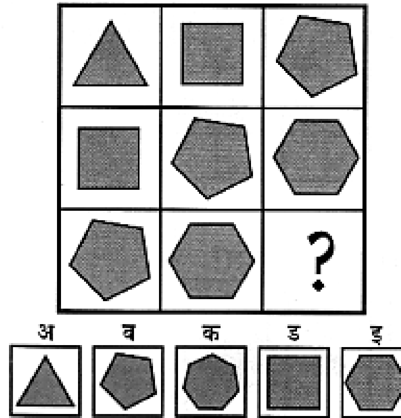
१०३) खालील चित्रात अ ब हा व्यास व क या वर्तूळाच केंद्रबिंदू आहे. प्रश्न हा आहे की चित्रातील काळा विभाग या वर्तूळाचा किती हिस्सा आहे?



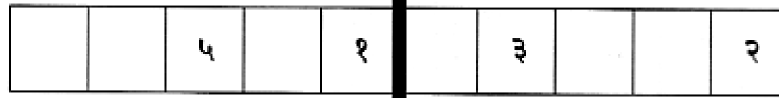


१०४) एक माणूस रेल्वेच्या पूलावरून जात असताना त्याला कळते की मागून गाडी येत आहे. तोपर्यंत तो पुलाच्या ३/८ लांबीपर्यंत पोहोचलेला असतो. तो धावतच पूर्ण पुल पार करतो व तो जेव्हा पुलाच्या दुसऱ्या टोकाला पोहोचलेला असतो तेव्हा गाडी अगदी त्याच्या जवळ पोहोचलेली असते व तो जेमतेम वाचतो. जर समजा या ऐवजी उलट फिरून पुलाच्या दुसऱ्या टोकाला पोहचला असता तरी तो जेमतेम वाचला असता. जर त्याच्या धावण्याचा वेग प्रति तासाला आठ कि.मी. असेल तर त्या गाडीचा वेग किती ?

१०५) प्रश्नांकित जागी कुठली आकृती असू शकेल ?



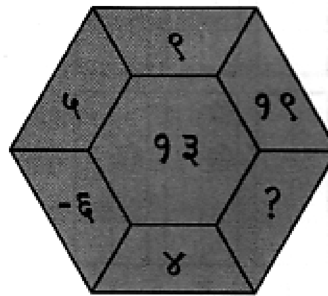
१०६) खालील चित्रामध्ये दोन्ही बाजूला वजने असलेली सी सॉ ची फळी आहे व ती व्यवस्थित समतोल (बॅलंस) ठेवून आहे.



प्रश्न असा आहे की खालील अशाच सी सॉ फळीवर प्रश्नांकित जागी किती वजन ठेवले पाहीजे.

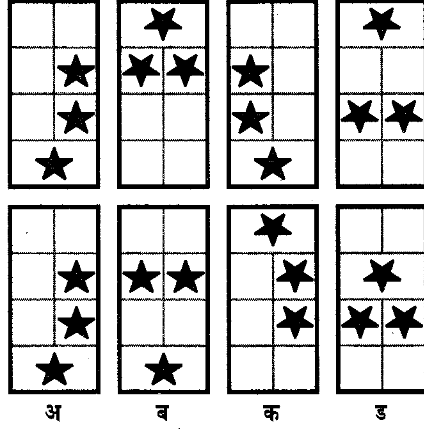


१०७) प्रश्नांकित जागी योग्य संख्या लिहा.

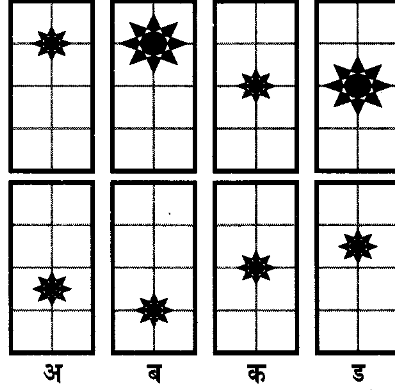




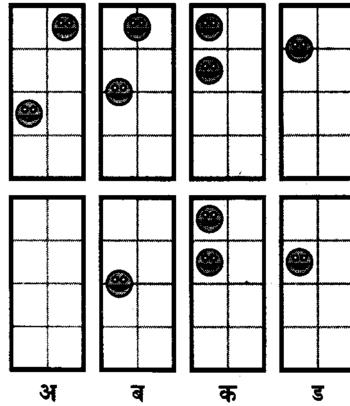
१०८) खालील पैकी कुठली आकृती वरच्या साखळीत पुढे येईल ?



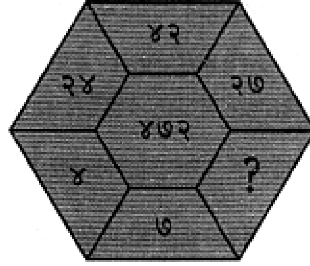
१०९) वरच्या साखळीत खालीलपैकी कुठली आकृती येईल ?



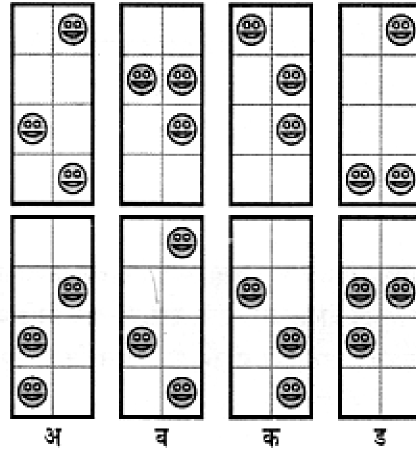
११०) कुठली आकृती वरच्या साखळीत योग्यपणे येऊ शकते.



१११) प्रश्नांकित जागी योग्य संख्या लिहा. (सुचना - कुठलेही गणित करण्याची आवश्यकता नाही)



११२) साखळीतील या पुढची सर्वोत्तम आकृती कोणती आहे ?



११३) वैज्ञानिक न्युटन यांनी आपल्या युनिव्हर्सल ॲरथमॅटीक या पुस्तकांत एक खास विधानाचा उल्लेख केला आहे. ते म्हणतात की विज्ञानाचा अभ्यास करित असतांना जे प्रश्न समोर येतात ते आपले आपणास माहीत असलेल्या नियमांपेक्षा जास्त उपयोगी पडतात. त्यानी पुढील प्रश्न समोर आणला.

मोठ्या जंगलातील एका शेतावरील गवत सारख्या प्रमाणात व समान वेगाने वाढत असेल आणि प्रत्येक गाय रोज एका समान प्रमाणात ते गवत खात असेल असे आपण गृहीत धरू या. आपणास माहीत आहे की ७० गायी त्या शेतावरील सर्व गवत २४ दिवसात खाऊन संपवितात व ३० गायी ते सर्व गवत ६० दिवसात संपवितात. तर प्रश्न हा आहे की किती गायी त्या शेतातील सर्व गवत ९६ दिवसांत संपवितात ?

रशियन लेखक चेखाव्ह यांच्या ट्यूटर नावाच्या कथेमध्ये या प्रश्नाचा उपयोग विनोद निर्माण करण्यासाठी केला आहे. त्या कथेतील दोन वयस्कर नातेवाईकांमध्ये पुढील संवाद झाला.

''जर ७० गायी या शेतातील गवत २४ दिवसांत संपवित असतील तर ९६ दिवसात ७० गायींच्या एवढ्या गायी ते गवत संपवितील (कारण दिवस चारपटीने वाढल्याने गायी चारपटीने कमी लागतील) म्हणजे १७ एवढ्या गायी तो गवत खातील. पण अशी अर्धवट गाय कशी असू शकेल ? हे फार विचित्र आहे''

''अजून एक चूक आहे. जर ३० गायी ते गवत ६० दिवसात संपवत असतील तर ९६ दिवसामध्ये ३० गायींच्या एवढ्या गायी ते गवत संपवतील. म्हणजे ३० गायींच्या गायी आवश्यक आहेत.

म्हणजे १८ गायी आवश्यक आहेत. एवढेच नव्हे जर ७० गायी २४ दिवसात गवत संपवितात तर ३० गायींसाठी ५६ दिवस पुरेसे आहेत.''

आपला प्रश्न चूकीचा नाही असे लक्षात घेऊन उत्तर शोधा.

११४) एका पार्टीमध्ये एकूण २० जणांनी नाच केला. (मुलींनी मुलांबरोबरच नाच करायचा असे गृहीत येथे धरले आहे) जर अलकाने ७ जणांबरोबर नाच केला, सारिकाने ८ जणांबरोबर नाच केला, शंकूतलेने ९ जणंबरोबर केला. अशा तऱ्हेने लतिकेने सगळ्या मुलांबरोबर नाच केला तर त्या पार्टीमध्ये किती मुली होत्या ? हे कोडे बीजगणिताने कसे सोडवाल.

११५) नौदलाची मुख्य बोट ताशी ३५ किमी वेगाने विशिष्ट दिशेने जात आहे. त्या बोटीच्या कप्तानाने सोबत असणाऱ्या दुसऱ्या टेहळणी करणाऱ्या व ताशी ७० कि.मी वेगाने जाणाऱ्या छोट्या बोटीस त्याच विशिष्ट दिशेने ७० कि.मी जाण्याची आज्ञा दिली. प्रश्न हा आहे की टेहळणी करणारी छोटी बोट परत किती वेळाने आपल्या मुख्य बोटीजवळ परत येईल ? (हे कोडे बीजगणिताने कसे सोडवाल)

११६) बीजगणितामधील विनोद

२ = ३

खालील समीकरणामध्ये एक साधी चूक झाल्यामुळे २ = ३ हे सिद्ध करता येते. चूक काय आहे ते ओळखा.
आपण वादग्रस्त नसलेल्या समीकरणापासून सुरूवात करू या.

$४ - १० = ९ - १५$

नंतर आपण दोन्ही बाजूला $६\frac{१}{४}$ मिळवितो

$४ - १० + ६\frac{१}{४} = ९ - १५ + ६\frac{१}{४}$

$२^{२} - २ \times २ \times \frac{५}{२} + (\frac{५}{२})^{२} = ३^{२} - २ \times ३ \times \frac{५}{२} + (\frac{५}{२})^{२}$

$(२ - \frac{५}{२})^{२} = (३ - \frac{५}{२})^{२}$

वर्गमुळे समान म्हणून $२ - \frac{५}{२} = ३ - \frac{५}{२}$

आता दोन्ही बाजूला $\frac{५}{२}$ मिळवा

२ = ३

काय चूक आहे. ?

११७) एका मीटींगसाठी काही लोक जमले होते. त्यातील प्रत्येकाने उरलेल्या सर्वांशी शेक हँड केले. (हात मिळविले). असे एकूण ६६ शेक हँड झाले. तर त्या मीटींगमध्ये किती लोक होते ?

११८) कठीण प्रश्न

चित्रात दाखविल्याप्रमाणे

$$\frac{१०^{२} + ११^{२} + १२^{२} + १३^{२} + १४^{२}}{३६५}$$

हे समीकरण तोंडी सोडविणे शक्य आहे का ?



उत्तरे

विभाग पाच

६७) कोड्यातील माहितीनुसार आपणास समजते की नातवाच्या वयाच्या सातपट वडिलांच्या मुलाचे वय आहे. (समजा जर नातू अ दिवसांचा असेल तर त्याचे वडील अ आठवड्यांचे आहेत.) त्याचप्रमाणे आजोबांचे वय नातवाच्या वयाच्या १२ पट आहे. (कारण अ महिने व अ वर्षे असे त्यांचे वयाचे प्रमाण आहे.)
या तिघांचे एकत्रित वय १०० वर्षे आहे. जर नातवाचे वय १ वर्षे समजले तर वडिलांचे वय ७ वर्षे व आजोबांचे वय १२ वर्षे होते. या तिघांची बेरीज २० वर्षे होती. पण प्रत्यक्षात ही बेरीज याच्या पाच पट आहे. म्हणून नातवाचे वय ५ वर्षे, वडिलांचे वय ३५ वर्षे व आजोबांचे वय ६० वर्षे आहेत.
आपण हे तपासू शकतो. ३५ वर्षे = १८२० आठवडे
१८२० दिवस म्हणजे ५ वर्षे.
५२ आठवडे गुणिले ७ केले तर ३६५ ऐवजी ३६४ येते म्हणून थोडासा फरक पडतो. त्याचप्रमाणे ६० महिने म्हणजे ५ वर्षे.

६८) दोन वर्षानंतरचे मुलाचे वय, दोन वर्षापूर्वीच्या वयाच्या दुप्पट होणार. म्हणजे ४ वर्षात दुप्पट होणार असल्याने त्याचे तेव्हा वय ४ वर्षाचे असले पाहिजे. म्हणून आत्ताचे वय सहा वर्षे आहे.
याचप्रमाणे मुलीचे वय तीन वर्षांपूर्वी ३ वर्षे होते. ते आता ६ वर्षांचे झाले आहे. म्हणजे ते दोघेजण जुळे असले पाहिजेत.

६९) मुलांचे वय अ वर्षे समजू. म्हणून वडिलांचे वय ३अ आहे.
पण पाच वर्षांपूर्वी मुलांचे वय अ - ५ व वडिलांचे वय ३अ - ५ होते.
म्हणून ३अ - ५ = ४(अ - ५)
३अ = ४अ - २० + ५
१५ = अ
मुलांचे वय १५ वर्षे व वडिलांचे वय ४५ वर्षे

७०) त्याचे आताचे वय आपण ब वर्षे समजू. म्हणून तीन वर्षानंतर त्याचे वय ब + ३ होईल. म्हणून
३(ब + ३) - ३ (ब - ३) = ब
३ब + ९ - ३ब + ९ = ब
१८ = ब
त्याचे वय आता १८ वर्षे एवढे आहे आपण तपासून बघू या
३(१८ + ३) - ३(१८ - ३) = ६३ - ४५ = १८

७१) बुद्धीबळाच्या तीन डावांमध्ये एकूण सहा खेळाडू खेळू शकतात. म्हणून तीन खेळाडूंनी प्रत्येकी २ डाव बुद्धीबळाचे खेळले.

७२) सर्व साधारणपणे रोज १ मीटर वरती या हिशोबाने १५ दिवस असे उत्तर दिले जाते. पण बरोबर उत्तर ११ दिवस असे आहे. कारण पहिल्या १० दिवसात ती १० मीटर वर चढेल व अकराव्या दिवशी ५ मीटर वर गेल्यामुळे ती वरच्या टोकावर जाईल.

७३) शेतकऱ्याने वेळ वाचविला नसून जास्त घेतला आहे. बैलगाडीने अर्धे अंतर जाण्यासाठी जेवढा वेळ घेतला आहे तेवढ्याच वेळात तो हे अंतर चालत पार पाडतो. म्हणजे अर्धे अंतर मोटारसायकलने गेल्यामुळे त्यास चालत हे अंतर पार पाडण्यासाठी जेवढा वेळ लागला असता त्याच्या $\frac{१}{१५}$ वेळ मोटारसायकलला लागला आहे. अर्धे अंतर चालत जाण्यास जेवढा वेळ लागतो त्याच्या $\frac{१}{१५}$ वेळ त्यास अधिक लागला आहे.

७४) कमी आंबे असणाऱ्याने जर दुसऱ्याकडून एक घेतला तर दोघांचे समान आंबे होतात. म्हणजे त्यांच्याकडील आंब्याच्या संख्येमध्ये २चा फरक आहे. त्याचप्रमाणे कमी आंबे असणाऱ्याने जर जास्त आंबे असणाऱ्यास एक आंबा दिला तर आंबे दुप्पट होतात. म्हणून एका मित्राकडे ५ आंबे व दुसऱ्याकडे ७ आंबे आहेत.

७५) पुस्तकांची किंमत २०० रूपये + कव्हरची किंमत एवढी आहे.
जर पुस्तकाची ही किंमत आपल्या पुढील समीकरणात टाकली तर

पुस्तक + कव्हर = २५०रू.
२०० + कव्हर + कव्हर = २५०रू.
२ × कव्हर = ५०रू.
कव्हर = २५रू.

पुस्तकांची किंमत २००+ २५ = २२५रू.

७६) जर बॉक्समधून तीन पायमोजे काढले तर १ जोडी एकाच रंगाची नक्की मिळेल.

७७) हातमोजांच्या बाबतीत फरक केवळ रंगाचा नसून डावा व उजवा हातमोजा असा सुद्धा फरक लक्षात घ्यावा लागेल. म्हणून किमान २१ हातमोजे काढले तर एक जोडी एकाच रंगाची व डावा-उजवा अशी नक्की दोघांची मिळेल.

७८) सर्वसाधारणपणे ८०० पाने किड्याने खाल्ली असे उत्तर दिले जाते. पण तुम्ही चित्राकडे जर लक्षपूर्वक बघितले तर लक्षात येईल ती दोन पुस्तके एकमेकां शेजारी अशा रितीने आहेत की पहिल्या पुस्तकाच्या कव्हरच्याच बाजूला दुसऱ्या पुस्तकाचे शेवटचे कव्हर आहे. म्हणून किड्यांनी एकही पानास खाल्ले नसून केवळ त्या दोन पुस्तकांची केवळ दोन कव्हरस् खाल्ले आहेत.

७९) तुमच्या लक्षात येईल की ते ७ मित्र अशा दिवशीच सर्व एकत्रपणे त्या माणसाकडे येतील की त्या दिवसाच्या संख्येस २, ३, ४, ५, ६ आणि ७ ने भागता येईल. सर्वात लहान असा अंक ४२० आहे. ४२० व्या दिवशी ते सर्व एकत्र त्याच्याकडे असतील. दोन वर्षात म्हणजे ७३० दिवसात ते एकदाच अशा तऱ्हेने भेटतील.

८०) आठ जणातील प्रत्येक जण उरलेल्या सात जणांबरोबर शेकहँड करतो. म्हणून ८ × ७ = ५६ शेकहँड पण एकाने दुसऱ्या बरोबर हात मिळविल्यानंतर दुसऱ्याने पुन्हा त्याच्याशी हात मिळविण्याची गरज नाही. आपण ८ × ७ मध्ये अशी पुन्हा पुन्हा होणारी हातमिळवणी कमी करण्यासाठी त्यास २ने भागू या.

८ × ७ = ५६

५६ ÷ २ = २८

२८ शेकहँड्स केले जातील.

८१) खेळण्यातील वीट व मुळची वीट यांची घनता (डेनसिटी) समान आहे. कारण ते एकाच पदार्थाचे आहेत. ल, र, व ऊ अशी आपण मुळ वीटेची लांबी, रूंदी, व उंची समजू या. तिचे वजन तीचे आकारमान × घनता याद्वारे ठरते.

मुळ वीट = ल × र × ऊ × घनता

खेळण्यातील वीटेचे वजन असे असेल

$$= \frac{ल}{४} \times \frac{र}{४} \times \frac{ऊ}{४} \times घनता$$

$$= \frac{ल\ र\ ऊ \times घनता}{६४}$$

परंतु सांगितल्याप्रमाणे ल र ऊ × घनता यांचे मुल्य ४ आहे.

म्हणून खेळण्यातील वीटेचे वजन

$$= \frac{४}{६४}$$

$$= \frac{१}{१६}$$ किलो

८२) नीट बघितले तर दिसते की एक मासा त्या माणसाच्या मागच्या बाजूला आहे, दुसऱ्या त्याच्या पायाजवळ व तिसरा त्याच्या गळाच्या टोकाला आहे. असे एकूण तीन मासे.

८३) वाघाचा एक डोळा व एका माणसाच्या डोळा सामाईक आहे. या चित्रात वाघाचा व एका माणसाचा चेहरा दिसत आहे. हा माणूस दुसऱ्याच दिशेला बघत आहे.

८४) चारच कामगार १०० पेट्या १०० मिनीटांत भरू शकतात. कारण चार कामगार १ पेटी १ मिनीटात सरासरीने भरतात.

८५) दोन्ही वाळूंची घड्याळे एकाच वेळेस जर उलटी केली तर तीन मिनीटानंतर एका घड्याळातील वाळू पूर्णपणे खाली पडलेली असेल व त्या वेळेपासून जर आपण वेळ मोजायला सुरूवात केली तर एका मिनीटानंतर दुसऱ्या घड्याळातील वाळू खाली पडते व ताबडतोब तेच घड्याळ पुन्हा उलटे केले की चार मिनीटांची वेळ मोजता येते. अशा रितीने आपणास ५ मिनीटे मोजता येतील.

८६) ड. ड चित्रामध्ये ९०° चा कोन कुठेही नाही. बाकीच्यांमध्ये तो कुठेना कुठे आहे.

८७) १३३. बाकी सर्व अंक प्राईम म्हणजेच मूळ अंक आहेत.

८८) ड.

८९) ४८, प्रत्येक अंक उतरत्या क्रमाने अंकाचे वर्ग उणे एक आहे.

९०) ब) ब > ०

९१) ५, अंकांना ४, ३, २, १, याप्रमाणे भागितल्यावर या संख्या क्रमाने येत आहेत.

९२) २७ घन निघतील

९३) उत्तर - २

$३० = ६^२ - ६$, $२० = ५^२ - ५$, $१२ = ४^२ - ४$, $६ = ३^२ - ३$, $२ = २^२ - २$

९४) उत्तर = १० उत्तरे चुकीची दिली, तर प्रत्येक चुकीच्या उत्तरामुळे तीन गुण कमी होतात. ४० उत्तरे बरोबर दिल्याने ८० गुण मिळाले व १० चुकीचे दिल्यामुळे १० गुण कमी करण्यात आले.

९५) उत्तर = ६३,

अंक असे आहेत

$१^२ + १ = २$, $२^२ - १ = ३$

$३^२ + १ = १०$, $४^२ - १ = १५$, $५^२ + १ = २६$

$६^२ - १ = ३५$, $७^२ + १ = ५०$, $८^२ - १ = ६३$

१६) ८ मित्र व ५० रूपये हिस्सा

जर गटामध्ये म मित्र असतील आणि प्रत्येकाने द्यावयाचा स्वत:चा हिस्सा ह असेल तर आपण म्हणू शकतो

$\text{म} \times \text{ह} = ४००$ आणि

$(\text{म} - ३) \times (\text{ह} + ३०) = ४००$

$\text{म} = \frac{४००}{\text{ह}}$

$\left(\frac{४००}{\text{ह}} - ३\right) \times (\text{ह} + ३०) = ४००$

$४०० + \frac{१२०००}{\text{ह}} - ३\text{ह} - ९० = ४००$

$१२००० - ३\text{ह}^{२} - ९०\text{ह} = ०$

$० = ३\text{ह}^{२} + ९०\text{ह} - १२०००$

$० = ३(\text{ह}^{२} + ३०\text{ह} - ४०००)$

$० = \text{ह}^{२} + ३०\text{ह} - ४०००$

$० = (\text{ह} + ८०)(\text{ह} - ५०)$

म्हणून $\text{ह} = -८०$ वा $\text{ह} = ५०$

- ८० ला अर्थ नाही.

म्हणून $\text{ह} = ५०$

म्हणून $\text{म} = ८$

१७) दोन्ही ग्लासमध्ये $\frac{७}{९}$ व $\frac{५}{७}$ भाग पाणी घालण्यात आले आहे म्हणून आपणास त्याचे प्रमाण असे मिळू शकते

$\frac{७}{९} + \frac{५}{७} : \frac{२}{९} + \frac{२}{७}$

$\frac{४९ + ४५}{९ \times ७} : \frac{१४ + १८}{९ \times ७}$

$९४ : ३२$

$४७ : १६$

४७ भाग पाणी व १६ भाग द्रव औषध

१८) जर हे सर्व नळ एकाच वेळेस उघडे केले तर हौद एका तासात पुढीलप्रमाणे भरला जातो

$$\frac{१}{४} + \frac{१}{६} - \frac{१}{८} = \frac{६ + ४ - ३}{२४} = \frac{७}{२४}$$

जर एका तासात $\frac{७}{२४}$ हौद भरला जातो

तर पूर्ण हौद भरायला $\frac{१}{\frac{७}{२४}} = \frac{२४}{७}$ तास लागतील $= ३\frac{३}{७}$ तास लागतील

१०२) ही जास्तीत जास्त मोठी विषम संख्या स समजा.

$$\frac{१+ ३+ ५+ ७+ ९+ ११+ १३+ स}{८} = ५०$$

१ + ३ + ५ + ७ + ९ + ११ + १३ + स = ८ × ५०

४९ + स = ४००

स = ४०० - ४९

स = ३५१

उत्तर = ३५१

१०३) $\frac{१००}{३६०} = \frac{५}{१८}$ कड ही त्रिज्या आहे. त्याचप्रमाणे कब पण त्रिज्या आहे.

म्हणून कोन - कबड = कोन - कडब पण कोन - कबड ५०°

म्हणून कोन - कडब = ५०°

कोन - बकड = ८०°

कोन - अकड = १००°

म्हणून काळा विभाग $\frac{१००^\circ}{३६०^\circ} = \frac{५}{१८}$ मूळ वर्तूळाच्या

१०४) जेवढ्या वेळात तो मागच्या टोकाला पोहचला असता, तेवढ्याच वेळात तो ब्रिजचा $\frac{३}{८}$ भाग पार पाडतो. याचाच अर्थ असा होतो की जेव्हा गाडी मागच्या टोकाजवळ येते, तेव्हापासून ते ब्रिजच्या पुढल्या टोकाला जाण्यासाठी $१ - \frac{३}{८} - \frac{३}{८} = \frac{२}{८}$ अंतर पार पाडावे लागते व एवढ्याच वेळात गाडी ब्रिजच्या एका टोकापासून दुसऱ्या टोकापर्यंत अंतर पार पाडते म्हणजे गाडीचा वेग माणसाच्या वेगाच्या चौपट आहे. म्हणून गाडीचा वेग प्रति तासाला ३२ कि.मी आहे.

१०५) क) प्रत्येक बहुभुजाकृतीच्या बाजूंची संख्या एकाने वाढत आहे.

१०६) उत्तर = २

सीसॉच्या मध्यापासून किती अंतरावर वजन आहे यावर त्याचे मुल्य अवलंबून आहे. पहिल्या घरास एक दुसऱ्या घरास दोन व टोकाच्या घरास ५ हे व्हेटेज देण्यात आले आहे.

उदाहरणात असे घडले आहे १ × १ + ५ × ३ = ३ × २ + २ × ५

१०७) ८ समोरासमोरील अंकाची बेरीज १३ आहे.

१०८) अ)

१०९) ब)

११०) क)

१११) ७ समोरासमोरच्या दोन टोकांना मधले तिन्ही अंक आहेत.

११२) ब)

११३) हे एक उत्कृष्ट गणित आहे.

आपण रोज वाढणाऱ्या गवतासाठी मधील एक माहीत नसलेले एक अंक गृहीत धरू. आपण समजू या की हे गवत ब एवढ्या भागाने दररोज वाढते. ते गवत २४ दिवसात २४ब वाढते. सुरूवातीचे एकूण गवत आपण एक एकांक आहे असे समजू. म्हणून २४ दिवसात त्या गायी १+२४ब एवढे गवत खातात. ७० गायींचा कळप एका दिवसात १+२४ब भागिले २४ एवढे गवत खातात. म्हणून एक गाय एका दिवसात १+२४ब भागिले २४×७० एवढे गवत खाते. त्याचप्रमाणे ३० गायींचा कळप ते गवत ६० दिवसात खातात. म्हणून एक गाय एका दिवसात $\frac{१+६०ब}{३०\times६०}$ एवढे गवत खाते. परंतु दोन्ही कळपांसाठी एक गाय रोज समान प्रमाणात गवत खाते.

$$\frac{१+२४ब}{२४\times७०}=\frac{१+६०ब}{३०\times६०}$$

याद्वारे आपणास कळते की

$$ब = \frac{१}{४८०}$$

आता आपणास ब चे मूल्य मिळाल्यामुळे एक गाय एका दिवसात एकूण गवताचा किती हिस्सा खाते ते कळेल.

$$\frac{१+२४ब}{२४\times७०}=\frac{१+२४\times\frac{१}{४८०}}{२४\times७०}=\frac{१}{१६००}$$

आपण ९६ दिवसांत किती गायी ते गवत संपवतील यासाठी आपण गायींची संख्या ग पकडूया.

$$\frac{१+९६\times\frac{१}{४८०}}{९६\,ग}=\frac{१}{१६००}$$

ग = २० याप्रमाणे २० गायी ते गवत ९६ दिवसात संपवतील.

११४) समजा पार्टीमध्ये क्ष मूली आहेत.

पहिली (अलकाने) ६+१ जणांबरोबर नाच केला

दुसरीने (सारिकाने) ६+२ जणांबरोबर नाच केला

तिसरीने शकुंतलेने ६+३ जणांबरोबर नाच केला

क्ष मुलीने ६+क्ष जणांबरोबर नाच केला

पण क्ष + ६+क्ष = २०

२क्ष = १४

क्ष = ७

११५) आपण समजू या की ब तासाने ती छोटी बोट परत येईल. या वेळेत मुख्य बोट ३५ × ब कि.मी पुढे जाईल. टेहळणी करणारी बोट ७०×ब कि.मी जाईल. टेहळणी करणारी बोट विशिष्ट दिशेने ७० कि.मी जाईल व परत येण्यासाठी काही अंतर पार पाडील. मुख्य बोट त्या दिशेने काही हिस्सा पार पाडील. दोघी मिळून एकूण १४० कि.मी अंतर पार पाडले. म्हणून

७०ब + ३५ब = १४०

$ब = \frac{१४०}{१०५} = १\frac{१}{३}$ तास

टेहळणी करणारी बोट १ तास २० मिनीटांनी परत येईल.

११६) वर्ग जरी समान असेल तरी वर्गमुळे समान असलीच पाहीजेत असे समजणे चुकीचे आहे.

११७) आपण म माणसे मिटींगमध्ये होती असे समजू या प्रत्येकाने उरलेल्या प्रत्येकाशी शेकहँड केले असल्याने एकूण शेक हँड म × म - १ होतील. पण यामध्ये एक चुक आहे. जर अ ने ब शी शेकहँड केल्यावर ब पुन्हा अ बरोबर शेकहँड करणार नाही. म्हणून असे दोनदा मोजलेले शेकहँड कमी केले पाहीजेत.

$\frac{म \times (म-१)}{२} = ६६$

$म^{२} - म - १३२ = ०$

(म - १२)(म+११) = ०

म = १२ किंवा म = -११ परंतू म ऋण संख्या असणार नाही

म = १२

मिटींगमध्ये १२ माणसे होती.

११८) १०, ११, १२, १३ व १४ या अंकाचे वैशिष्ठ हे आहे की $१०^{२} + ११^{२} + १२^{२} = १३^{२} + १४^{२}$

१००+ १२१ + १४४ = १६९ + १९६

परंतु १००+ १२१+ १४४ = ३६५

म्हणून फळ्यावरील समीकरणाचे तोंडी उत्तर देता येते की ते २ आहे. पण ज्यांना हे माहीत आहे तेच हे उत्तर तोंडी देऊ शकतात.

